Actividad con Geogebra

Aguja de Buffon

Instrucción de la actividad

Vamos a realizar una simulación de la experiencia conocida como la aguja de Buffon.

Si contamos con infinitas rectas paralelas separadas una longitud L y con infinitas agujas de longitud también igual a L, y las distribuimos al azar, la probabilidad de que una aguja corte un hilo es igual a $\frac{2}{\pi}$.

Por lo que podremos estimar el número pi como $\pi = \frac{2}{probabilidad\ de\ corte}$.

En primer lugar vamos a crear las rectas verticales. Por ejemplo, desde $x=-20$ hasta $x=20$ con una separación entre rectas de una unidad. Lo hacemos con el comando **Secuencia**, que permite repetir una misma instrucción tantas veces como le indiquemos a través de un contador.

RectasVerticales = Secuencia(x = i, i, -20, 20, 1)

En esta instrucción **i** es el contador, que va desde -20 hasta 20 de 1 en 1. El resultado se almacena en una **lista de Geogebra**, que en esta ocasión es un vector con una recta vertical en cada componente.

En segundo lugar creamos un **deslizador n** que oscile entre 0 y 5000 con incremento de 1 unidad. Este deslizador nos indicará el número de agujas totales.

Una vez creado n vamos a posicionar al azar, en la gráfica, el extremo izquierdo de cada aguja (la cabeza de la aguja). Y una vez tengamos esos puntos, les añadiremos un segmento de longitud 1 con pendientes creadas al azar.

El comando **UniformeAleatoria(mínimo, máximo)** devuelve un número decimal al azar comprendido entre el valor mínimo y el valor máximo. Deseamos colocar al azar la coordenada (x,y) de la cabeza de la aguja, por lo que necesitamos usar UniformeAleatoria dos veces: una para cada coordenada. Y deseamos repetir ese mismo comando tantas veces como el número n de agujas.

¿Cómo escribir todos estos comandos a la vez? Encadenando instrucciones:

ExtremosIzquierdosAguja =

Secuencia((UniformeAleatoria(-20, 20), UniformeAleatoria(-20, 20)), i, 1, n)

Ojo con los paréntesis. Estamos creando la coordenada (x,y) para la cabeza de agua número 1, para la cabeza de agua número 2, para la cabeza de aguja número 3,...., para la cabeza de aguja número n. Tanto la coordenada x como la coordenada y oscilan entre -20 y +20. El resultado nuevamente es una lista, con una pareja de coordenadas en cada componente.

En propiedades de la lista **ExtremosIzquierdosAguja** reducimos el tamaño de los puntos a 1, para que las cabezas de las agujas no sean demasiado grandes al pintarlas sobre las gráficas.

Ahora creamos la inclinación del cuerpo de la aguja. Necesitamos n ángulos para las n agujas. El ángulo va a oscilar entre -90º (es decir -3,14/2 en radianes) y +90º (3,14/2 en radianes), ya que las cabezas de las agujas van a ser siempre el extremo izquierdo de la aguja.

Ángulos = Secuencia(UniformeAleatoria(-3.14 / 2, 3.14 / 2), i, 1, n)

La cosa se complica. ¿Cómo dibujar el cuerpo de cada aguja, de longitud igual a 1?

- Debemos coger, uno a uno, los elementos de la lista ExtremosIzquierdosAguja.

- Desde la cabeza de aguja i=1 dibujamos un segmento de longitud 1 utilizando la pendiente almacenada en i=1 en la lista de Ángulos.

- A la primera componente le sumamos 1 por el coseno del ángulo y a la segunda componente la sumamos 1 por del seno del ángulo.

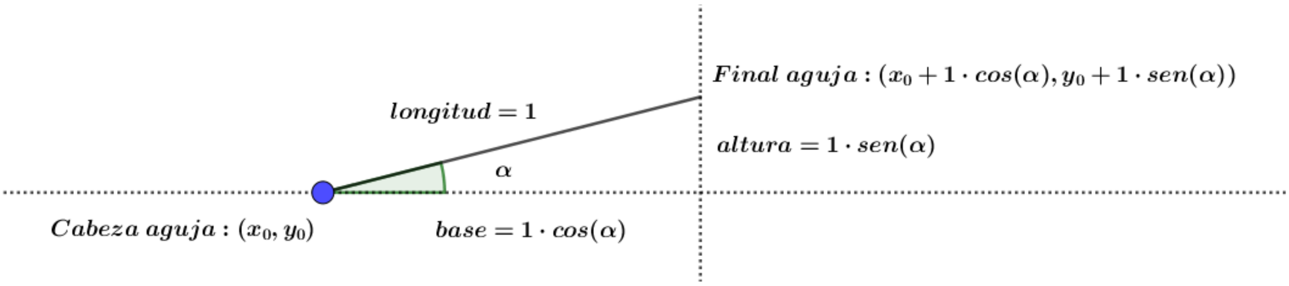
- Dibujamos el segmento que va desde la cabeza hasta el final de la aguja.

Todo esto lo conseguimos con la secuencia (ojo con los paréntesis):

Segmentos =

Secuencia(Segmento(Elemento(ExtremosIzquierdosAguja, i), Elemento(ExtremosIzquierdosAguja, i) + (cos(Elemento(Ángulos, i)), sen(Elemento(Ángulos, i)))), i, 1, n)

Dibujo con coordenadas de los extremos de una aguja



¿Qué nos falta? Comprobar el número de agujas que cortan una línea.

Razonamos de la siguiente forma. La coordenada x de la cabeza de la aguja será un númeor real entre -20 y 20. Hasta aquí bien.

Supongamos que por ejemplo resulta x=5.27. Vamos a quedarnos con la parte entera de esa número. Podemos elegir el anterior (1) o el entero posterior (6). El entero anterior se elige con floor() y el entero posterior ceil(). Es decir:

flor(5.27) = 5

ceil(5.27) = 6

Vamos a trabajar con ceil(). Y vamos a comparar el resultado que devuelve cuando aplicamos la coordenada x de la cabeza de la aguja y cuando aplicamos la coordenada x del final de la aguja.

Cortes =

Secuencia(ceil(x(Elemento(ExtremosIzquierdosAguja, i)))

≠ ceil(x(Elemento(ExtremosIzquierdosAguja, i)) + cos(Elemento(Ángulos, i))), i, 1, n)

Si ambos valores no coinciden, significa que la aguja ha cortado un hilo y almacena True (verdadero).

Si ambos valores sí coinciden, significa que la aguja no ha cortado un hilo y almacena False (falso).

Ya queda menos. Solo debemos sumar el número de cortes sabiendo que, a nivel lógico, True es 1 y False es 0.

NúmeroCortes = Suma(Cortes)

La frecuencia de cortes será casos favorables dividido por casos totales:

FrecuenciaCortes = NúmeroCortes / n

Y el número pi se estima como:

NúmeroPI = 2 / FrecuenciaCortes

¡Mucho ánimo!