Problemas – Tema 6

Solución a problemas de rectas - Hoja 6 - Problemas 4, 5

Hoja 6. Problema 4

4. Determina los puntos de intersección de la recta $r: x-y+1=0$ **y la circunferencia** $C: x^2+y^2+4x-4y-1=0$ **. Dibuja la solución con Geogebra.**

Los puntos de corte son la solución del sistema formado por la circunferencia y la recta.

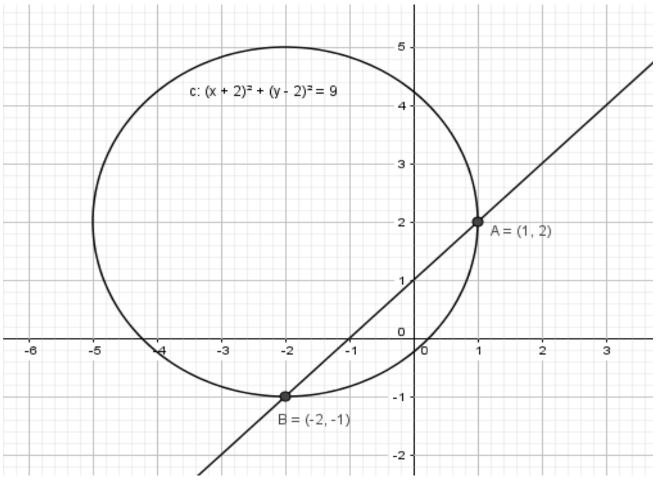
$\begin{Bmatrix} x-y+1=0 \\ x^2+y^2+4x-4y-1=0 \end{Bmatrix}$ → De la primera $x+1=y$ → Sustituimos en la segunda

$$x^2+(x+1)^2+4x-4(x+1)-1=0 \rightarrow x^2+x^2+1+2x+4x-4x-4-1=0$$
$$2x^2+2x-4=0 \rightarrow x^2+x-2=0 \rightarrow x=1 \quad , \quad x=-2$$

Si $x=1 \rightarrow y=2 \rightarrow (1,2)$

Si $x=-2 \rightarrow y=-1 \rightarrow (-2,-1)$

Existen dos puntos de corte de la recta y la circunferencia.



Hoja 6. Problema 5

5. Para que valor de m la recta $x-y+m=0$ es tangente a la circunferencia $x^2+y^2=9$. Dibuja la solución con Geogebra, usando un deslizador para el parámetro m .

Una recta es tangente a una circunferencia si el sistema formado por ambas ecuaciones tiene solución única.

$\left\{\begin{matrix} x-y+m=0 \\ x^2+y^2=9 \end{matrix}\right\}$ → En la primera $x+m=y$ → Sustituimos en la segunda $x^2+(x+m)^2=9$

$x^2+x^2+m^2+2mx=9 \quad \rightarrow \quad 2x^2+2mx+m^2-9=0$

Resolvemos → $x=\dfrac{-2m\pm\sqrt{(2m)^2-4\cdot 2\cdot(m^2-9)}}{2\cdot 2}$

Para obtener solución única exigimos que el discriminante de la raíz sea igual a cero.

$$4m^2-8m^2+72=0 \quad \rightarrow \quad -4m^2+72=0 \quad \rightarrow \quad m=\pm\sqrt{18}\simeq\pm 4{,}24$$

En la siguiente animación de Geogebra se puede observar la solución al problema.

https://ggbm.at/KqqPEBh2