

Problemas – Tema 6

Solución a problemas de rectas - Hoja 6 - Problemas 4, 5

Hoja 6. Problema 4

4. Determina los puntos de intersección de la recta $r: x - y + 1 = 0$ y la circunferencia $C: x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0$. Dibuja la solución con Geogebra.

Los puntos de corte son la solución del sistema formado por la circunferencia y la recta.

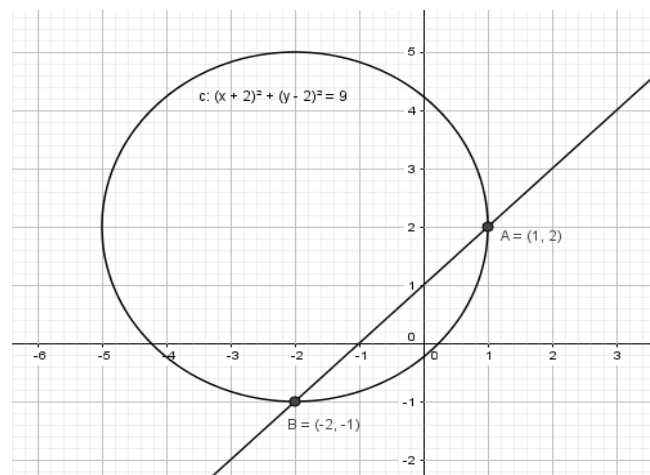
$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + 4x - 4y - 1 = 0 \end{cases} \rightarrow \text{De la primera } x + 1 = y \rightarrow \text{Sustituimos en la segunda}$$

$$x^2 + (x+1)^2 + 4x - 4(x+1) - 1 = 0 \rightarrow x^2 + x^2 + 1 + 2x + 4x - 4x - 4 - 1 = 0$$
$$2x^2 + 2x - 4 = 0 \rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \rightarrow x = 1, x = -2$$

Si $x = 1 \rightarrow y = 2 \rightarrow (1, 2)$

Si $x = -2 \rightarrow y = -1 \rightarrow (-2, -1)$

Existen dos puntos de corte de la recta y la circunferencia.



Hoja 6. Problema 5

5. Para que valor de m la recta $x - y + m = 0$ es tangente a la circunferencia $x^2 + y^2 = 9$. Dibuja la solución con Geogebra, usando un deslizador para el parámetro m .

Una recta es tangente a una circunferencia si el sistema formado por ambas ecuaciones tiene solución única.

$$\begin{cases} x - y + m = 0 \\ x^2 + y^2 = 9 \end{cases} \rightarrow \text{En la primera } x + m = y \rightarrow \text{Sustituimos en la segunda } x^2 + (x + m)^2 = 9$$

$$x^2 + x^2 + m^2 + 2mx = 9 \rightarrow 2x^2 + 2mx + m^2 - 9 = 0$$

$$\text{Resolvemos } \rightarrow x = \frac{-2m \pm \sqrt{(2m)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (m^2 - 9)}}{2 \cdot 2}$$

Para obtener solución única exigimos que el discriminante de la raíz sea igual a cero.

$$4m^2 - 8m^2 + 72 = 0 \rightarrow -4m^2 + 72 = 0 \rightarrow m = \pm \sqrt{18} \simeq \pm 4,24$$

En la siguiente animación de Geogebra se puede observar la solución al problema.

<https://ggbm.at/KqqPEBh2>