

Problemas – Tema 6

Solución a problemas de rectas - Hoja 5 - Problemas 3, 4

Hoja 5. Problema 3

3. Halla la ecuación de una circunferencia tal que los puntos $A(2,-1)$ y $B(4,5)$ formen uno de sus diámetros.

El punto medio del segmento formado por un diámetro será el centro de la circunferencia. Por lo tanto:

$$C: \text{ punto medio } \overline{AB} = \left(\frac{2+4}{2}, \frac{-1+5}{2} \right) = (3, 2)$$

La mitad de la longitud del diámetro \overline{AB} será el radio.

$$\text{diámetro} = \text{módulo de } \vec{AB} = \sqrt{(4-2)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{4+36} = \sqrt{40} \rightarrow r = \frac{\sqrt{40}}{2} = \sqrt{10}$$

La ecuación de la circunferencia solución es $\rightarrow (x-3)^2 + (y-2)^2 = 10$

Hoja 5. Problema 4

4. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(0,0)$, $B(0,2)$ y $C(2,4)$.

La ecuación general de una circunferencia tiene tres parámetros: las dos coordenadas del centro y el valor del radio.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

Imponiendo que la circunferencia pase por los tres puntos del enunciado, tendremos tres condiciones con las que obtener los parámetros buscados.

$$A \in \text{circunferencia} \rightarrow x_0^2 + y_0^2 = r^2$$

$$C \in \text{circunferencia} \rightarrow x_0^2 + (2 - y_0)^2 = r^2$$

$$B \in \text{circunferencia} \rightarrow (2 - x_0)^2 + (4 - y_0)^2 = r^2$$

$$\text{Si restamos la dos primeras ecuaciones} \rightarrow y_0^2 - (2 - y_0)^2 = 0 \rightarrow y_0 = 2 - y_0 \rightarrow y_0 = 1$$

Nos queda un sistema 2×2 donde las incógnitas son y_0, r .

$$\begin{cases} x_0^2 + 1 = r^2 \\ (2 - x_0)^2 + 9 = r^2 \end{cases} \rightarrow \text{Restamos ambas ecuaciones} \rightarrow x_0^2 + 1 - (2 - x_0)^2 - 9 = 0$$

$$x_0^2 - 8 - (4 + x_0^2 - 4x_0) = 0 \rightarrow -12 + 4x_0 = 0 \rightarrow x_0 = 3$$

$$\text{Y el radio resulta} \rightarrow 9 + 1 = r^2 \rightarrow r = \sqrt{10}$$

$$\text{Quedando la ecuación de la circunferencia} \rightarrow (x - 3)^2 + (y - 1)^2 = 10$$