Problemas – Tema 6

Solución a problemas de rectas - Hoja 5 - Problemas 3, 4

Hoja 5. Problema 3

3. Halla la ecuación de una circunferencia tal que los puntos $A(2,-1)\ y\ B(4,5)$ **formen uno de sus diámetros.**

El punto medio del segmento formado por un diámetro será el centro de la circunferencia. Por lo tanto:

$$C: punto\ medio\ \overline{AB}=\left(\frac{2+4}{2},\frac{-1+5}{2}\right)=(3,2)$$

La mitad de la longitud del diámetro $\overline{AB}$ será el radio.

$$diámetro=módulo\,de\,\vec{AB}=\sqrt{(4-2)^2+(5+1)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40} \quad \rightarrow \quad r=\frac{\sqrt{40}}{2}=\sqrt{10}$$

La ecuación de la circunferencia solución es → $(x-3)^2+(y-2)^2=10$

Hoja 5. Problema 4

4. Halla la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos $A(0,0), B(0,2)\, y\, C(2,4)$.

La ecuación general de una circunferencia tiene tres parámetros: las dos coordenadas del centro y el valor del radio.

$$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$$

Imponiendo que la circunferencia pase por los tres puntos del enunciado, tendremos tres condiciones con las que obtener los parámetros buscados.

$$A\in circunferencia \rightarrow x_0^2+y_0^2=r^2$$
$$C\in circunferencia \rightarrow x_0^2+(2-y_0)^2=r^2$$
$$B\in circunferencia \rightarrow (2-x_0)^2+(4-y_0)^2=r^2$$

Si restamos la dos primeras ecuaciones → $y_0^2-(2-y_0)^2=0 \rightarrow y_0=2-y_0 \rightarrow y_0=1$

Nos queda un sistema 2×2 donde las incógnitas con y_0, r .

$$\begin{Bmatrix} x_0^2+1=r^2 \\ (2-x_0)^2+9=r^2 \end{Bmatrix}$$ → Restamos ambas ecuaciones → $x_0^2+1-(2-x_0)^2-9=0$

$$x_0^2-8-(4+x_0^2-4x_0)=0 \rightarrow -12+4x_0=0 \rightarrow x_0=3$$

Y el radio resulta → $9+1=r^2 \rightarrow r=\sqrt{10}$

Quedando la ecuación de la circunferencia → $(x-3)^2+(y-1)^2=10$