Problemas – Tema 6

Solución a problemas de rectas - Hoja 2 - Problemas 1, 2, 4

Hoja 2. Problema 1

Resuelto por Belén Valenzuela (marzo 2015)

1. Expresa la siguientes rectas.

a) Ecuación general que pasa por $A(2,1)$ y $B(3,5)$.

b) Ecuación paramétrica que pasa por $B(4,-1)$ y de vector director $\vec{v}=(2,5)$.

c) Ecuación paramétrica de la recta $r: x-4y+8=0$.

a) Un vector director será $\vec{AB}=(1,4)$. Por lo tanto:

$$A=u_y=4$$

$$B=-u_x=-1$$

La ecuación general o implícita de la recta será $Ax+By+C=0$:

$$4x-y+C=0$$

El factor C lo obtenemos sustituyendo en la recta un punto que sabemos que pertenece a la recta, por ejemplo $A(2,1)$.

$$4\cdot 2-1+C=0 \rightarrow C=-7$$

Por lo tanto:

$$4x-y-7=0$$

b) La ecuación parámetrica es fácil de obtener, ya que tenemos un punto y un vector director:

$$\begin{Bmatrix} x=x_0+\lambda\cdot u_x \\ y=y_0+\lambda\cdot u_y \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} x=4+\lambda\cdot 2 \\ y=-1+\lambda\cdot 5 \end{Bmatrix}$$

c) Tenemos la ecuación general, de donde podemos obtener las coordenadas de un vector director:

$r: x-4y+8=0$

De donde:

$A=1=u_y$

$B=-4=-u_x \quad \rightarrow \quad u_x=4$

Y podemos obtener un punto que pertenezca a la recta dando valores a la recta $r: x-4y+8=0$. Por ejemplo:

$x=0 \quad \rightarrow \quad y=2$

Y la ecuación paramétrica nos queda:

$$\left\{\begin{matrix} x=0+\lambda\cdot 4 \\ y=2+\lambda \end{matrix}\right\}$$

Hoja 2. Problema 2

Resuelto por Javier de Orbe (marzo 2015)

2. Sea r la recta que, pasando por $A(-2,1)$, forma un ángulo de 45º con el semieje positivo de abscisas.

Sea s la recta que, pasando por $P(5,-2)$, forma un ángulo de 135º con el semieje positivo de abscisas.

Escribe sus ecuaciones generales y paramétricas. Halla el punto de intersección de ambas rectas.

a) Obtenemos la pendiente de la recta $r \rightarrow m_r = tg\ (45°) = 1$

La ecuación punto pendiente es $\rightarrow$ $m = \frac{(y-y_0)}{(x-x_0)}$; $\quad 1 = \frac{y-1}{x-(-2)}$; $\quad x+2=y-1$

Quedando una ecuación general $\rightarrow$ $r: x-y+3=0$

b) Recta $s \rightarrow m_s = tg\,\alpha = tg(135º) = -1$

La ecuación punto pendiente $\rightarrow$ $m = \frac{(y-y_0)}{(x-x_0)}$; $\quad -1 = \frac{y-(-2)}{x-5}$; $\quad -x-5=y+2 \rightarrow$

Su ecuación general $\rightarrow$ $s: x+y-3=0$

c) Ambas recta son perpendiculares, ya que el producto de sus pendientes es -1 . Resolvemos el sistema formado por las ecuaciones generales de las dos rectas para obtener el punto donde se cortan.

$$\begin{pmatrix} x-y+3=0 \\ x+y-3=0 \end{pmatrix} \qquad x=0 \rightarrow y=3 \rightarrow Punto\ intersección\ (0,3)$$

Hoja 2. Problema 4

Resuelto por José Pedro Casado (febrero 2016)

4. Dada la recta $r: x-3y+6=0$ **, halla el área del triángulo que forma con los ejes cartesianos.**

Calculamos los puntos de corte de la recta con los ejes cartesianos.

$$x=0 \;\rightarrow\; -3y+6=0 \;\rightarrow\; y=2 \;\rightarrow\; (0,2)$$
$$y=0 \;\rightarrow\; x+6=0 \;\rightarrow\; x=-6 \;\rightarrow\; (-6,0)$$

Como puede verse en la gráfica, la recta forma con los ejes un triángulo rectángulo de base 6 unidades y de altura 2 unidades. Por lo tanto:

$$Área=\frac{base\cdot altura}{2}=\frac{2\cdot 6}{2}=2u^2$$