

Problemas – Tema 6

Solución a problemas de rectas - Hoja 1 - Problemas 1, 3, 4, 7

Hoja 1. Problema 1

Resuelto por Fermín Roldán (marzo 2015)

1. Expresa la siguientes rectas.

a) Ecuación continua y punto-pendiente de la recta que pasa por $A(3,2)$ y con vector director $\vec{v}=(1,4)$.

b) Ecuación canónica que pasa por $A(5,0)$ y $B(0,4)$.

c) Ecuación paramétrica que pasa por $A(2,1)$ y de pendiente $m=\frac{3}{5}$.

a) La ecuación continua será $\rightarrow \frac{x-x_0}{u_x} = \frac{y-y_0}{u_y} \rightarrow \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{4}$

Y la punto pendiente $\rightarrow 4 = \frac{y-2}{x-3}$

b) Ya tenemos los puntos de corte con los ejes para obtener la ecuación canónica:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \rightarrow \frac{x}{5} + \frac{y}{4} = 1$$

c) De la pendiente podemos obtener las componentes de un vector director:

$$m = \frac{u_y}{u_x} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{u_y}{u_x} \rightarrow u_x = 5, \quad u_y = 3$$

Y la ecuación paramétrica nos queda $\rightarrow \begin{cases} x = x_0 + \lambda \cdot u_x \\ y = y_0 + \lambda \cdot u_y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 + 5 \cdot \lambda \\ y = 1 + 3 \cdot \lambda \end{cases}$

Hoja 1. Problema 3

Resuelto por Cristina Sola (febrero 2016)

3. ¿Están alineados los puntos $A(-10,0)$, $B(0,3)$ y $C(6,5)$?

Tres puntos están alineados si pertenecen a la misma recta.

Esto podemos probarlo de muchas maneras. Una forma es la siguiente: si la pendiente de la recta que pasa por A y B es igual a la pendiente de la recta que pasa por B y C , ambas rectas serán coincidentes por pasar ambas por B y tener la misma pendiente.

Recordamos que la pendiente de una recta que pasa por dos puntos conocidos (x_1, y_1)

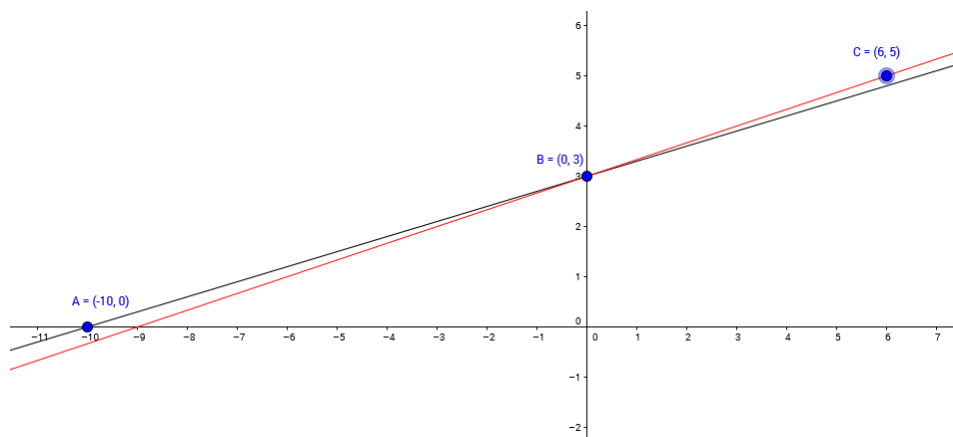
y (x_2, y_2) es $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. Por lo tanto:

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 0}{0 - (-10)} = \frac{3}{10}$$

$$m_{BC} = \frac{y_C - y_B}{x_C - x_B} = \frac{5 - 3}{6 - 0} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Ambas pendientes no son iguales, por lo tanto no están alineados.

Si pintamos los puntos con Geogebra, veremos gráficamente que no pertenecen a la misma recta.



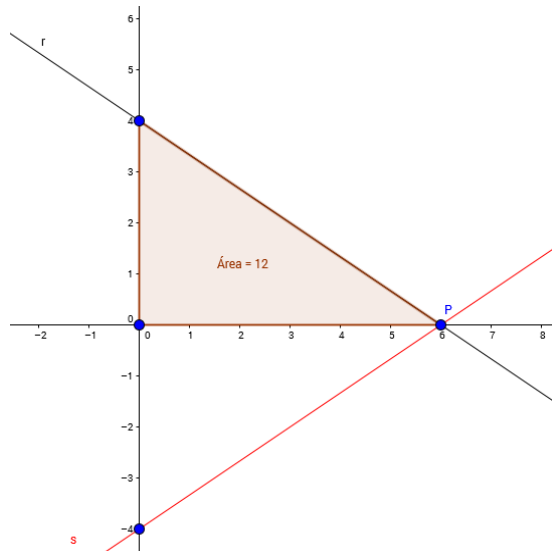
Hoja 1. Problema 4

4. Halla las ecuaciones generales de las posibles rectas que, pasando por el punto $P(6,0)$, formen con los ejes cartesianos un triángulo de 12 unidades cuadradas.

Necesitamos conocer los puntos de corte de la recta con los ejes cartesianos. Para eso, usamos la ecuación canónica de la recta.

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

Donde $(a,0)$ es el punto de corte con el eje horizontal y $(0,b)$ el punto de corte con el eje vertical. En la siguiente gráfica podemos hacernos una idea de las dos rectas solución.



Es inmediato ver que el punto de corte $(a,0)=(6,0)$. Por lo tanto $\rightarrow a=6$.
Si el área es $12u^2$, por la fórmula del área de un triángulo:

$$12 = \frac{a \cdot b}{2} \rightarrow 12 = \frac{6 \cdot b}{2} \rightarrow 12 = 3 \cdot b \rightarrow b = 4$$

Y una de las rectas tendría por ecuación $\rightarrow r: \frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1 \rightarrow 2x + 3y - 12 = 0$

Si consideramos que la recta corta con el semieje negativo vertical, una segunda solución sería $\rightarrow s: \frac{x}{6} + \frac{y}{-4} = 1 \rightarrow 2x - 3y - 12 = 0$

Hoja 1. Problema 7

Resuelto por Juan Luís Pérez Valero (marzo 2015)

1. Sean las rectas $r: 3x - 4y - 12 = 0$ y $s: 4x + 3y + 12 = 0$. Representálas gráficamente y halla sus pendientes.

Obtenemos la forma explícita de la recta para facilitar la representación y la obtención de la pendiente.

$$r: y = \frac{-3x + 12}{-4} \rightarrow r: y = \frac{3}{4} \cdot x - 3 \rightarrow m_r = \frac{3}{4}$$

$$s: y = \frac{-4x - 12}{3} \rightarrow s: y = -\frac{4}{3} \cdot x - 4 \rightarrow m_s = -\frac{4}{3}$$

Representándolas gráficamente en Graph:

