Problemas – Tema 5

Solución a problemas de vectores - Hoja 7 - Problemas 2, 6

Hoja 7. Problema 2

2. Dado el triángulo de vértices $A(x,2), B(1,3)\, y\, C(2,-1)$ **.**

a) Halla el valor de x **para que el triángulo ABC sea rectángulo en el vértice C.**

b) Halla el valor de x **para que el triángulo ABC sea isósceles y su lado desigual sea** $\overline{AC}$ **.**

a) Dados los tres vértices, podemos obtener los siguientes vectores:

$$\vec{AC}=(2-x,-3) \quad , \quad \vec{BC}=(1,-4) \quad , \quad \vec{AB}=(1-x,1)$$

Si el vértice C debe ser 90º, el producto escalar de los vectores $\vec{AC}$ y $\vec{BC}$ debe ser nulo, ya que serán perpendiculares.

$$\vec{AC}\cdot\vec{BC}=(2-x,-3)\cdot(1,-4) \quad \rightarrow \quad \vec{AC}\cdot\vec{BC}=2-x+12 \quad , \quad \vec{AC}\cdot\vec{BC}=0 \quad \rightarrow \quad 14-x=0$$
$$x=14$$

b) Si el triángulo es isóscoles con lado desigual $\overline{AC}$, significa que los otros dos lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ deben tener igual longitud. Es decir, los vectores asociados tienen igual módulo.

$$|\vec{AB}|=\sqrt{(1-x)^2+1}=\sqrt{x^2-2x+2} \quad , \quad |\vec{BC}|=\sqrt{1+(-4)^2}=\sqrt{17}$$

Igualamos → $x^2-2x+2=17 \quad \rightarrow \quad x^2-2x-15=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{2\pm\sqrt{4+60}}{2}=\frac{2\pm 8}{2}$

Solución → $x=5 \quad , \quad x=-3$

Hoja 7. Problema 6

6. Calcula la proyección del vector $\vec{u}=(5,-1)$ **sobre el vector** $\vec{v}=(-2,3)$ **.**

Al proyectar un vector $\vec{u}$ sobre otro vector $\vec{v}$ obtenemos un escalar positivo (número real) igual al módulo del vector $\vec{u}$ por el coseno del ángulo que forman ambos vectores.

$$Proyección=||\vec{u}|\cdot\cos(\vec{u}\hat{,}\vec{v})|$$

Ponemos todo en valor absoluto para garantizar obtener un valor positivo.

$$|\vec{u}|=\sqrt{5^2+(-1)^2}=\sqrt{26}$$

$$|\vec{u}|=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$$

$$\cos(\vec{u}\hat{,}\vec{v})=\frac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\frac{-10-3}{\sqrt{26}\cdot\sqrt{13}}=-0,707... \quad\rightarrow\quad (\vec{u}\hat{,}\vec{v})=135^{o}$$

$$Proyección=||\vec{u}|\cdot\cos(\vec{u}\hat{,}\vec{v})|=\sqrt{26}\cdot 0,707=3,6 \quad u$$