

## Problemas – Tema 5

### Solución a problemas de vectores - Hoja 7 - Problemas 2, 6

#### Hoja 7. Problema 2

2. Dado el triángulo de vértices  $A(x, 2)$ ,  $B(1, 3)$  y  $C(2, -1)$ .

a) Halla el valor de  $x$  para que el triángulo ABC sea rectángulo en el vértice C.

b) Halla el valor de  $x$  para que el triángulo ABC sea isósceles y su lado desigual sea  $\overline{AC}$ .

a) Dados los tres vértices, podemos obtener los siguientes vectores:

$$\vec{AC} = (2-x, -3), \quad \vec{BC} = (1, -4), \quad \vec{AB} = (1-x, 1)$$

Si el vértice C debe ser  $90^\circ$ , el producto escalar de los vectores  $\vec{AC}$  y  $\vec{BC}$  debe ser nulo, ya que serán perpendiculares.

$$\vec{AC} \cdot \vec{BC} = (2-x, -3) \cdot (1, -4) \rightarrow \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 2-x+12, \quad \vec{AC} \cdot \vec{BC} = 0 \rightarrow 14-x=0$$
$$x=14$$

b) Si el triángulo es isósceles con lado desigual  $\overline{AC}$ , significa que los otros dos lados  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  deben tener igual longitud. Es decir, los vectores asociados tienen igual módulo.

$$|\vec{AB}| = \sqrt{(1-x)^2 + 1} = \sqrt{x^2 - 2x + 2}, \quad |\vec{BC}| = \sqrt{1 + (-4)^2} = \sqrt{17}$$

$$\text{Igualamos} \rightarrow x^2 - 2x + 2 = 17 \rightarrow x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 60}}{2} = \frac{2 \pm 8}{2}$$

Solución  $\rightarrow x=5, x=-3$

## Hoja 7. Problema 6

6. Calcula la proyección del vector  $\vec{u}=(5,-1)$  sobre el vector  $\vec{v}=(-2,3)$ .

Al proyectar un vector  $\vec{u}$  sobre otro vector  $\vec{v}$  obtenemos un escalar positivo (número real) igual al módulo del vector  $\vec{u}$  por el coseno del ángulo que forman ambos vectores.

$$\text{Proyección} = |\vec{u}| \cdot \cos(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}})$$

Ponemos todo en valor absoluto para garantizar obtener un valor positivo.

$$|\vec{u}| = \sqrt{5^2 + (-1)^2} = \sqrt{26}$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{-10 - 3}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{13}} = -0,707... \rightarrow (\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}}) = 135^\circ$$

$$\text{Proyección} = |\vec{u}| \cdot \cos(\hat{\vec{u}}, \hat{\vec{v}}) = \sqrt{26} \cdot 0,707 = 3,6 \text{ u}$$

