Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dado el triángulo de vértices $A(x,2), B(1,3)\, y\, C(2,-1)$.

a) [1,5 puntos] Halla el valor de x para que el triángulo ABC sea rectángulo en el vértice C.

b) [1 punto] Halla el valor de x para que el triángulo ABC sea isósceles y su lado desigual sea $\overline{AC}$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] ¿Forman los vectores $\vec{u}=\left(\frac{1}{2},\frac{3}{2},0\right)$, $\vec{v}=(2,3,-1)$ y $\vec{t}=(1,0,-1)$ un sistema generador en V^3 ? Demuestra tu respuesta analíticamente.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determinar los valores de $k\in\mathbb{R}$ que hacen linealmente independientes los siguientes vectores: $\vec{u}=(1,1,1)$, $\vec{v}=(1,k+1,1)$, $\vec{w}=(1,1,k+1)$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Demuestra que si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son dos vectores arbitrarios perpendiculares entre si, del espacio vectorial V^2 , se verifica $|\vec{u}+\vec{v}|^2=|\vec{u}|^2+|\vec{v}|^2$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1,5 puntos] Dados los puntos $A(\frac{-1}{2}, a)$, $B(1,0)$ y $C(\frac{-1}{2}, -a)$, halla el valor de a para que el triángulo ABC sea equilátero.

b) [1 punto] Para $a=1$ obtener el ángulo del vértice B usando el producto escalar de vectores (elegir valor del primer cuadrante).

Ejercicio 2.- Dados los vectores $\vec{u}=(5,-1)$, $\vec{v}=(m,6)$, $\vec{w}=(2,n)$.

a) [1 punto] Calcular el valor de m para que $\vec{u}$ y $\vec{v}$ sean perpendiculares.

b) [1 punto] Calcular el valor de n para que $\vec{u}$ y $\vec{w}$ sean perpendiculares.

c) [0,5 puntos] Normalizar los vectores.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Determinar los valores de $k \in \mathbb{R}$ que hacen linealmente independientes los siguientes vectores: $\vec{u}=(1,1,1)$, $\vec{v}=(1,k+1,1)$, $\vec{w}=(1,1,k+1)$.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Demuestra que los vectores $\vec{v}=(1,1,1)$, $\vec{w}=(1,1,0)$, $\vec{t}=(1,0,0)$ son una base del espacio vectorial $(\mathbb{R}^3,+,\cdot)$. Expresa el vector $\vec{u}=(2,3,2)$ en función de esa base.