

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.- a) [1 punto]** Halla el valor de  $a$  para que el vector  $\vec{u} = \left(\frac{a}{5}, \frac{a+1}{5}\right)$  sea unitario.

**b) [1 punto]** Halla el valor de  $a$  para que los vectores  $\vec{u} = (8, -a)$  y  $\vec{v} = (4, 2a)$  sean ortogonales.

**b) [0,5 puntos]** Halla el valor de  $a$  para que los vectores  $\vec{u} = (5, 3a)$  y  $\vec{v} = (8, a+1)$  sean paralelos.

**Ejercicio 2.- [2,5 puntos]** Demuestra analíticamente que si dos vectores arbitrarios tienen el mismo módulo, los vectores suma y diferencia de ambos son perpendiculares.

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula el valor de  $m$  para que los vectores  $\vec{u} = (m, 1, 3)$ ,  $\vec{v} = (0, m, -4)$ ,  $\vec{w} = (1, 2, -1)$  sean linealmente independientes.

**Ejercicio 4.-** Indica si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas, y justifica de manera razonada tu respuesta aplicando teoría de vectores. En cada apartado debes proponer un ejemplo concreto que ratifique tu respuesta.

**a) [1 punto]** Un sistema generador de tres vectores unitarios en  $V^2$  siempre forman una base ortonormal.

**b) [1,5 puntos]** Las diagonales de un cuadrado son perpendiculares entre si.

<b>Opción B</b>
-----------------

---

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Sea un vector  $\vec{u}=(x,y)$  . Su módulo es el doble del módulo del vector  $\vec{v}=(3,4)$  . El vector  $\vec{u}$  forma  $45^\circ$  con el vector  $\vec{v}$  . Calcula las coordenadas del vector  $\vec{u}$  .

---

**Ejercicio 2.-** Indica si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas, y justifica de manera razonada tu respuesta aplicando teoría de vectores. En cada apartado debes proponer un ejemplo concreto que ratifique tu respuesta.

a) [1 punto] Toda base ortogonal es a su vez ortonormal.

b) [1,5 puntos] Tres vectores en  $V^3$  siempre forman un sistema generador de  $V^3$  .

---

**Ejercicio 3.- [2,5 puntos]** Calcula el valor de  $m$  para que los vectores  $\vec{u}=(m,1,3)$  ,  $\vec{v}=(0,m,-4)$  ,  $\vec{w}=(1,2,-1)$  sean linealmente independientes.

---

**Ejercicio 4.- [2,5 puntos]** Demostrar analíticamente que los siguientes vectores forman una base ortogonal en  $V^3$  :  $\vec{u}=(2,2,0)$  ,  $\vec{v}=(-2,2,0)$  ,  $\vec{w}=(0,0,2)$  .

---