

Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Halla el valor de a para que el vector $\vec{u} = \left(\frac{a}{5}, \frac{a+1}{5}\right)$ sea unitario.

b) [1 punto] Halla el valor de a para que los vectores $\vec{u} = (8, -a)$ y $\vec{v} = (4, 2a)$ sean ortogonales.

b) [0,5 puntos] Halla el valor de a para que los vectores $\vec{u} = (5, 3a)$ y $\vec{v} = (8, a+1)$ sean paralelos.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Dados $A(1, a)$ y $B(5, 4)$, encuentra los valores de a para que la distancia entre ambos puntos sea 5.

b) [1,5 puntos] Demuestra analíticamente que si dos vectores tienen el mismo módulo, los vectores suma y diferencia son ortogonales.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula el valor de m para que los vectores $\vec{u} = (m, 1, 3)$, $\vec{v} = (0, m, -4)$, $\vec{w} = (1, 2, -1)$ sean linealmente independientes.

Ejercicio 4.- [2,5 puntos] Sea el número complejo $z = (1, 1)$. Obtener las cuatro soluciones $\sqrt[4]{z}$ y representarlas en el plano complejo, obteniendo así polígono regular de cuatro lados (cuadrado). Obtener los vectores de las dos diagonales del cuadrado y el producto escalar de esas dos diagonales.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Sea un vector $\vec{u}=(x,y)$. Su módulo es el doble del módulo del vector $\vec{v}=(3,4)$. El vector \vec{u} forma 45° con el vector \vec{v} . Calcula las coordenadas del vector \vec{u} .

Ejercicio 2.- Indica si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas, y justifica de manera razonada tu respuesta aplicando teoría de vectores. En cada apartado debes proponer un ejemplo que ratifique tu respuesta.

- a) [0,5 puntos] Tres vectores en V^3 siempre forman un sistema generador de V^3 .
- b) [0,5 puntos] Toda base ortogonal es a su vez ortonormal.
- c) [0,5 puntos] Un sistema generador de tres vectores unitarios en V^2 siempre forman una base ortonormal.
- d) [1 punto] Las diagonales de un cuadrado son perpendiculares entre si.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Dados los vectores $\vec{u}=(-3,4)$ y $\vec{v}=(m,2)$ calcula el valor de m para que:

- a) [0,5 puntos] \vec{u} y \vec{v} sean ortogonales.
- b) [1 punto] \vec{u} y \vec{v} formen un ángulo de 30° .
- c) [1 punto] \vec{u} y \vec{v} no formen un sistema generador en V^2 .

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Expresa el vector $\vec{u}=(14,-9)$ como combinación lineal de $\vec{v}=(2,1)$ y $\vec{w}=(-2,3)$.

b) [1,5 puntos] Dado el vector $\vec{v}=(-1,4)$ y el punto A de coordenadas $(2,-1)$. Determina las coordenadas de un punto B que cumpla que el vector \vec{AB} sea equipolente al vector \vec{v} .