Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Sean los vectores $\vec{u}=(3,-4)$ y $\vec{v}=(5,6)$. Calcula:

a) [0,5 puntos] Módulos y argumentos (ángulo con semieje positivo horizontal) de ambos vectores.

b) [1 punto] El producto escalar $\vec{u}\cdot\vec{v}$ y el ángulo que forman los dos vectores entre si.

c) [0,5 puntos] Normalización del vector $\vec{u}$.

d) [0,5 puntos] Un vector ortogonal a $\vec{v}$.

Ejercicio 2.- Sea el polígono irregular de cuatro lados, con vértices consecutivos en los puntos $A(2,3)$, $B(4,-5)$, $C(8,5)$ y $D(5,1)$.

a) [1 punto] Representar el polígono gráficamente y obtener su perímetro (trabajar con raíces, no usar decimales).

b) [0,5 puntos] $\vec{AB}\cdot\vec{AD}$ **c) [0,5 puntos]** Ángulo en el vértice A **d) [0,5 puntos]** $|\vec{BD}|$

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Demostrar analíticamente que los siguientes vectores forman una base ortogonal en V^3 : $\vec{u}=(2,2,0)$, $\vec{v}=(-2,2,0)$, $\vec{w}=(0,0,2)$

Ejercicio 4.- a) [2 puntos] Dados los puntos $A(\frac{-1}{2},a)$, $B(1,0)$ y $C(\frac{-1}{2},-a)$, halla el valor de a para que el triángulo ABC sea equilátero.

b) [0,5 puntos] Para $a=1$ obtener el ángulo del vértice B usando el producto escalar de vectores.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Calcula a para que el conjunto de vectores $\vec{u}=(\frac{3}{5},\frac{-4}{5})$ y $\vec{v}=(2a,\frac{3a}{2})$ sea una base ortonormal.

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Expresa $\vec{u}=(-3,5)$ como combinación lineal de $\vec{v}=(4,6)$ y $\vec{w}=(1,-4)$.

b) [1,5 puntos] Demuestra analíticamente que los vectores $\vec{u}=(\frac{1}{2},\frac{3}{2},0)$, $\vec{v}=(2,3,-1)$ y $\vec{t}=(1,0,-1)$ no forman una sistema generador en V^3 .

Ejercicio 3.- a) [2 puntos] Determinar los valores de $k\in\mathbb{R}$ que hacen linealmente independientes los siguientes vectores: $\vec{u}=(1,1,1)$, $\vec{v}=(1,k+1,1)$, $\vec{w}=(1,1,k+1)$.

b) [0,5 puntos] Para $k=2$, demostrar que $\vec{u}\cdot(\vec{v}+\vec{w})=\vec{u}\cdot\vec{v}+\vec{u}\cdot\vec{w}$.

Ejercicio 4.- Las siguientes afirmaciones son verdaderas. Pon un ejemplo que demuestre analíticamente cada afirmación y resolverlo.

a) [1 punto] Tres vectores en V^2 que forman un sistema generador no forman una base.

b) [1 punto] Si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son vectores en V^2 y tienen el mismo módulo, entonces los vectores suma $(\vec{u}+\vec{v})$ y diferencia $(\vec{u}-\vec{v})$ son perpendiculares.

c) [0,5 puntos] Si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son vectores ortogonales en V^2 , verifican $|\vec{u}+\vec{v}|^2=|\vec{u}|^2+|\vec{v}|^2$.