

**Instrucciones:**

**a) Duración:** 50 minutos.

**b)** Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

**c)** La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

**d)** Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

**e)** Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

**Opción A**

**Ejercicio 1.-** Sean los vectores  $\vec{u}=(3,-4)$  y  $\vec{v}=(5,6)$  referidos a la base canónica. Calcula:

**a) [0,5 puntos]** Módulos y argumentos (ángulo con semieje positivo horizontal) de ambos vectores.

**b) [1 punto]** El producto escalar  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  y el ángulo que forman entre si.

**c) [0,5 puntos]** Normalización de los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$ .

**d) [0,5 puntos]** Un vector ortogonal a  $\vec{u}$ .

**Ejercicio 2.-** Sean dos vectores tales que  $|\vec{u}|=5$  y  $|\vec{v}|=2$ . El ángulo que forman entre si es de  $60^\circ$ . Calcula:

**a) [1 punto]**  $(\vec{u}-\vec{v}) \cdot (\vec{u}+\vec{v})$

**b) [1,5 puntos]**  $|\vec{u}+\vec{v}|^2$

**Ejercicio 3.-** Un triángulo equilátero de vértices A, B y C tiene de lado 4 unidades. M, N y P son los puntos medios de los lados AB, BC y CA, respectivamente. Calcula los productos escalares:

**a) [0,5 puntos]**  $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$

**b) [0,5 puntos]**  $\vec{AB} \cdot \vec{AN}$

**c) [0,5 puntos]**  $\vec{AM} \cdot \vec{AP}$

**d) [0,5 puntos]**  $\vec{NC} \cdot \vec{AN}$

**e) [0,5 puntos]**  $\vec{BN} \cdot \vec{BC}$

**Ejercicio 4.-**

**a) [1 punto]** Expresa el vector  $\vec{u}=(14,-9)$  como combinación lineal de  $\vec{v}=(2,1)$  y  $\vec{w}=(-2,3)$ .

**b) [1,5 puntos]** Dado el vector  $\vec{v}=(-1,4)$  y el punto A de coordenadas  $(2,-1)$ . Determina las coordenadas de un punto B que cumpla que el vector  $\vec{AB}$  sea equipolente al vector  $\vec{v}$ .

<b>Opción B</b>
-----------------

---

**Ejercicio 1.- [2,5 puntos]** Calcula  $a$  para que el conjunto de vectores  $\vec{u} = \left(\frac{3}{5}, \frac{-4}{5}\right)$ ,  $\vec{v} = \left(2a, \frac{3a}{2}\right)$  sea una base ortonormal.

---

**Ejercicio 2.- a) [1 punto]** Expresa el vector  $\vec{w} = (6, 14)$  como combinación lineal de los vectores  $\vec{u} = (5, 1)$ ,  $\vec{v} = (-2, 3)$ .

**b) [1,5 puntos]** Calcula el valor de  $m$  para que los vectores  $\vec{u} = (2, m, 3)$ ,  $\vec{v} = (-1, 1, m)$ ,  $\vec{w} = (m, 2, 4)$  sean linealmente independientes.

---

**Ejercicio 3.-** Dados los vectores  $\vec{u} = (-3, 4)$  y  $\vec{v} = (m, 2)$  calcula el valor de  $m$  para que:

**a) [0,5 puntos]**  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean ortogonales.

**b) [1 punto]**  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  formen un ángulo de  $30^\circ$ .

**c) [1 punto]**  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  no formen un sistema generador en  $V^2$ .

---

**Ejercicio 4.-** Indica si las siguientes oraciones son verdaderas o falsas, y justifica de manera razonada tu respuesta aplicando teoría de vectores. En cada apartado debes proponer un ejemplo que ratifique tu respuesta.

**a) [0,5 puntos]** Tres vectores en  $V^3$  siempre forman un sistema generador de  $V^3$ .

**b) [0,5 puntos]** Toda base ortogonal es a su vez ortonormal.

**c) [0,5 puntos]** Un sistema generador de tres vectores unitarios en  $V^2$  siempre forman una base ortonormal.

**d) [1 punto]** Las diagonales de un cuadrado son perpendiculares entre si.

---