Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación de la primera evaluación - Hoja 4 - Problemas 1, 3

Hoja 4. Problema 1

Resuelto por Sergio García (enero 2015)

1. Resuelve:

$$sen^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

Aplicando la relación fundamental:

$$1 = \sin^2 x + \cos^2 x \rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

Sustituimos en la ecuación de partida:

$$\sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 x - 1 + \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$2\sin^2 x - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \text{arco}\sin\left(\frac{\pm\sqrt{3}}{2}\right)$$

Y las soluciones son:

seno positivo → $x = 60^o + 360^o k, 120^o + 360^o k$

seno negativo → $x = 240^o + 360^o k, 300^o + 360^o k$

Que podemos agrupar de la forma: $x = 60^o + 180^o k, 120^o + 180^o k$

Hoja 4. Problema 3

Resuelto por Javier de Orbe (enero 2015)

3. Resuelve:

$$\begin{cases} sen\, x + sen\, y = 1 \\ x + y = 90^{o} \end{cases}$$

De la segunda ecuación:

$$x = 90^{o} - y$$

Sustituimos en la primera:

$$sen\ (90^{o} - y) + sen\ \ y = 1$$

Recordamos que dos ángulos que suman 90º son opuestos, y el seno de uno será el coseno del otro:

$$cos\ \ y + sen\ \ y = 1$$

Por la relación fundamental de trigonometría, expresamos el coseno en función del seno:

$$\sqrt{1 - sen^{2}\, y} + sen\ \ y = 1$$

$$\sqrt{1 - sen^{2}\, y} = 1 - sen\ \ y$$

$$1 - sen^{2}\, y = (1 - sen\ \ y)^{2}$$

$$1 - sen^{2}\, y = 1 + sen^{2}\, y - 2\, sen\ \ y$$

$$2\, sen^{2}\, y - 2\, sen\ \ y = 0$$

$$sen^{2}\, y - sen\, y = 0$$

$$sen\ \ y\ (1 - sen\ \ y) = 0$$

Primera solución (recordamos que ambas soluciones deben sumar 90º y sus senos deben sumar 1):

$$sen\, y=0 \quad \rightarrow \quad y=0^o+360^o k \quad \rightarrow \quad x=90^o-y \quad \rightarrow \quad x=90^o+360^o k \quad , \quad k\in\mathbb{Z}$$

Segunda solución (recordamos que ambas soluciones deben sumar 90º y sus senos deben sumar 1):

$$1-sen\, y=0 \quad \rightarrow \quad sen\, y=1 \quad \rightarrow \quad y=90^o+360^o k \quad \rightarrow \quad x=0^o+360^o k \quad , \quad k\in\mathbb{Z}$$