

Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación de la primera evaluación - Hoja 4 - Problemas 1, 3

Hoja 4. Problema 1

Resuelto por Sergio García (enero 2015)

1. Resuelve:

$$\operatorname{sen}^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

Aplicando la relación fundamental:

$$1 = \sin^2 x + \cos^2 x \rightarrow \cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

Sustituimos en la ecuación de partida:

$$\sin^2 x - (1 - \sin^2 x) = \frac{1}{2}$$

$$\sin^2 x - 1 + \sin^2 x = \frac{1}{2}$$

$$2 \sin^2 x - 1 = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \arcsin\left(\frac{\pm\sqrt{3}}{2}\right)$$

Y las soluciones son:

seno positivo $\rightarrow x = 60^\circ + 360^\circ k, 120^\circ + 360^\circ k$

seno negativo $\rightarrow x = 240^\circ + 360^\circ k, 300^\circ + 360^\circ k$

Que podemos agrupar de la forma: $x = 60^\circ + 180^\circ k, 120^\circ + 180^\circ k$

Hoja 4. Problema 3

Resuelto por Javier de Orbe (enero 2015)

3. Resuelve:

$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ x + y = 90^\circ \end{cases}$$

De la segunda ecuación:

$$x = 90^\circ - y$$

Sustituimos en la primera:

$$\operatorname{sen} (90^\circ - y) + \operatorname{sen} y = 1$$

Recordamos que dos ángulos que suman 90° son opuestos, y el seno de uno será el coseno del otro:

$$\cos y + \operatorname{sen} y = 1$$

Por la relación fundamental de trigonometría, expresamos el coseno en función del seno:

$$\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 y} + \operatorname{sen} y = 1$$

$$\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2 y} = 1 - \operatorname{sen} y$$

$$1 - \operatorname{sen}^2 y = (1 - \operatorname{sen} y)^2$$

$$1 - \operatorname{sen}^2 y = 1 + \operatorname{sen}^2 y - 2 \operatorname{sen} y$$

$$2 \operatorname{sen}^2 y - 2 \operatorname{sen} y = 0$$

$$\operatorname{sen}^2 y - \operatorname{sen} y = 0$$

$$\operatorname{sen} y (1 - \operatorname{sen} y) = 0$$

Primera solución (recordamos que ambas soluciones deben sumar 90° y sus senos deben sumar 1):

$$\operatorname{sen} y = 0 \rightarrow y = 0^\circ + 360^\circ k \rightarrow x = 90^\circ - y \rightarrow x = 90^\circ + 360^\circ k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Segunda solución (recordamos que ambas soluciones deben sumar 90° y sus senos deben sumar 1):

$$1 - \operatorname{sen} y = 0 \rightarrow \operatorname{sen} y = 1 \rightarrow y = 90^\circ + 360^\circ k \rightarrow x = 0^\circ + 360^\circ k, \quad k \in \mathbb{Z}$$