

## Problemas – Tema 4

### Solución a problemas de Repaso y Ampliación de la primera evaluación - Hoja 2 - Problemas 1, 2, 3, 4

#### Hoja 2. Problema 1

#### Resuelto por Pablo Lupiañez (enero 2015)

1. Se tienen tres lingotes compuestos del siguiente modo:

- El primero de 20 g de oro, 30 g de plata y 40 g de cobre.
- El segundo de 30 g de oro, 40 g de plata y 50 g de cobre.
- El tercero de 40 g de oro, 50 g de plata y 90 g de cobre.

Se pide qué peso habrá de tomarse de cada uno de los lingotes anteriores para formar un nuevo lingote de 34 g de oro, 46 g de plata y 67 g de cobre.

Primero establecemos las incógnitas:

- $x$  es el % del primer lingote que usaremos para el nuevo lingote.
- $y$  es el % del segundo lingote que usaremos para el nuevo lingote.
- $z$  es el % del tercer lingote que usaremos para el nuevo lingote.

Planteamos la ecuación para el oro del nuevo lingote  $\rightarrow 20x + 30y + 40z = 34$

Para la plata del nuevo lingote  $\rightarrow 30x + 40y + 50z = 46$

Y para el cobre del nuevo lingote  $\rightarrow 40x + 50y + 90z = 67$

Y planteamos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas:

$$\begin{pmatrix} 20x + 30y + 40z = 34 \\ 30x + 40y + 50z = 46 \\ 40x + 50y + 90z = 67 \end{pmatrix}$$

Si multiplicamos la primera por  $\frac{3}{2}$  y le restamos la segunda  $\rightarrow F'_2 = \frac{3}{2}F_1 - F_2$

$$\begin{pmatrix} 20x + 30y + 40z = 34 \\ 5y + 10z = 5 \\ 40x + 50y + 90z = 67 \end{pmatrix}$$

Si multiplicamos la primera por 2 y le restamos la tercera  $\rightarrow F'_3 = 2F_1 - F_3$

$$\begin{pmatrix} 20x + 30y + 40z = 34 \\ 5y + 10z = 5 \\ 10y - 10z = 1 \end{pmatrix}$$

Si multiplicamos la segunda por 2 y le restamos la tercera  $\rightarrow F'_3 = 2F_2 - F_3$

$$\begin{pmatrix} 20x + 30y + 40z = 34 \\ 5y + 10z = 5 \\ 30z = 9 \end{pmatrix}$$

De la tercera fila  $\rightarrow z = \frac{9}{30} = 0.3$

Sustituyendo en la segunda fila  $\rightarrow 5y + 3 = 5 \rightarrow y = \frac{2}{5} = 0.4$

Sustituyendo en la primera fila  $\rightarrow 20x + 12 + 12 = 34 \rightarrow x = \frac{10}{20} = 0.5$

La masa total del primer lingote es 90g, por lo que su 50% es 45g.

La masa del segundo lingote es igual a 120g, por lo que su 40% es 48g.

La masa del tercer lingote es 180g, y su 30% será 54g.

Sumando  $45g + 48g + 54g$  obtenemos los 147g del nuevo lingote.

## Hoja 2. Problema 2

### Resuelto por Javier Bermúdez (enero 2015)

#### 2. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\begin{cases} 2x+2y+3z=3 \\ 4x+7y+7z=1 \\ -2x+4y+5z=-7 \end{cases}$$

Dejamos la primera ecuación tal cual:  $F_1$

La nueva segunda ecuación será:  $F'_2 = F_2 - 2 \cdot F_1$

La nueva tercera ecuación será:  $F'_3 = F_1 + F_3$

$$\begin{cases} 2x+2y+3z=3 \\ 3y+z=-5 \\ 6y+8z=-4 \end{cases}$$

A la tercer ecuación le restamos el doble de la segunda:  $F'_3 = F_3 - 2 \cdot F_2$

$$\begin{cases} 2x+2y+3z=3 \\ 3y+z=-5 \\ 6z=6 \end{cases}$$

De la tercera ecuación obtenemos directamente el valor  $z=1$  y podemos ir sustituyendo, en cascada, en el resto de ecuaciones.

$$3y+1=-5 \rightarrow y=-2$$

$$2x-4+3=3 \rightarrow x=2$$

## Hoja 2. Problema 3

### Resuelto por Belén Valenzuela (enero 2015)

#### 3. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 5z = -11 \\ 4x - 7y + 2z = 15 \\ -2x + 4y - 6z = -18 \end{cases}$$

Realizamos las dos operaciones siguientes:

$$F'_2 = -2F_1 + F_2$$

$$F'_3 = F_1 + F_3$$

$$\begin{pmatrix} 2x & 3y & -5z & -11 \\ / & -13y & 12z & 37 \\ / & 7y & -11z & -29 \end{pmatrix}$$

$$F'_3 = 7F_2 + 13F_3$$

$$\begin{pmatrix} 2x & 3y & -5z & -11 \\ / & -13y & 12z & 37 \\ / & / & -59z & -118 \end{pmatrix}$$

Y obtenemos el valor de  $z \rightarrow -59z = -118 \rightarrow z = 2$

En la segunda ecuación obtenemos el valor de  $y \rightarrow y = -1$

Y en la primera obtenemos el valor de  $x \rightarrow x = 1$

## Hoja 2. Problema 4

### Resuelto por Ana García (2015)

#### 4. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\begin{pmatrix} x - 2y + 3z = \frac{1}{2} \\ 4x + y - z = \frac{13}{6} \\ 2x - y + 3z = \frac{3}{2} \end{pmatrix} \quad \rightarrow F_2' = F_2 - 4 \cdot F_1$$

$$\begin{pmatrix} x - 2y + 3z = \frac{1}{2} \\ 0 + 9y - 13z = \frac{1}{6} \\ 2x - y + 3z = \frac{3}{2} \end{pmatrix} \quad \rightarrow F_3' = F_3 - 2 \cdot F_1$$

$$\begin{pmatrix} x - 2y + 3z = \frac{1}{2} \\ 0 + 9y - 13z = \frac{1}{6} \\ 0 + 3y - 3z = \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad \rightarrow F_3' = F_2 - 3 \cdot F_3$$

$$\begin{pmatrix} x - 2y + 3z = \frac{1}{2} \\ 0 + 9y - 13z = \frac{1}{6} \\ 0 + 0 - 4z = \frac{-4}{3} \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow -4z = \frac{-4}{3} \rightarrow z = \frac{1}{3}$$

$$\rightarrow 9y - 13z = \frac{1}{6} \rightarrow y = \frac{1}{2}$$

$$\rightarrow x - 2y + 3z = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{1}{2}$$