

Problemas – Tema 4

Solución a problemas de Repaso y Ampliación de la primera evaluación - Hoja 1 - Problemas 1, 2, 3, 4

Hoja 1. Problema 1

Resuelto por Amparo Ariza (enero 2015)

1. Resuelve

$$\begin{cases} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+4z=2 \\ x+y-z=1 \end{cases}$$

Aplico reducción de la tercera ecuación con la primera:

$$\begin{array}{r} -3x-3y+3z=-3 \\ 3x+2y+z=1 \\ \hline -y+4z=-2 \end{array}$$

Y reduzco la tercera ecuación con la segunda:

$$\begin{array}{r} -5x-5y+5z=-5 \\ 5x+3y+4z=2 \\ \hline -2y+9z=-3 \end{array}$$

Obteniendo un nuevo sistema con la tercera ecuación de partida y las otras dos ecuaciones reducidas.

$$\begin{cases} x+y-z=1 \\ -y+4z=-2 \\ -2y+9z=-3 \end{cases}$$

De la segunda nueva ecuación, despejo el valor de $y \rightarrow y=4z+2 \rightarrow$ sustituyo este valor en las otras dos ecuaciones.

$$\begin{cases} x+4z+2-z=1 \\ -2(4z+2)+9z=-3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+3z=-1 \\ -4+z=-3 \end{cases} \rightarrow z=1, x=-4, y=6$$

Hoja 1. Problema 2

Resuelto por Valeriano Garrido (enero 2015)

2. Resuelve

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x+3y-4z=9 \\ x-y+z=-1 \end{cases}$$

La 1ª ecuación queda igual: $F'_1 = F_1$

La 2ª ecuación nueva será: $F'_2 = -2F_1 + F_2$

La 3ª ecuación nueva será: $F'_3 = -F_1 + F_3$

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ y-6z=7 \\ -2y=-2 \end{cases}$$

De la 3ª ecuación obtenemos $y=1$. Sustituimos este valor en las otras dos ecuaciones:

$$\begin{cases} x+1+z=1 \\ 1-6z=7 \end{cases}$$

De donde $z=-1$ y $x=1$

Hoja 1. Problema 3

Resuelto por Miriam Marín (febrero 2015)

3. La edad de un padre es doble de la suma de las edades de sus dos hijos, mientras que hace unos años (exactamente la diferencia de las edades actuales de los hijos), la edad del padre era triple que la suma de las edades, en aquel tiempo, de sus hijos. Cuando pasen tantos años como la suma de las edades actuales de los hijos, la suma de edades de las tres personas será 150 años. ¿Qué edad tenía el padre en el momento de nacer sus hijos?

Edad del padre actual: x

Edad actual del hijo mayor: y

Edad actual del hijo menor: z

Transformamos las frases del enunciado a ecuaciones matemáticas.

$$x=2(y+z) \rightarrow x=2y+2z \rightarrow x-2y-2z=0$$

$$x-(y-z)=3(y-(y-z)+z-(y-z)) \rightarrow x-(y-z)=3(z-y+2z) \rightarrow x+2y-8z=0$$

$$x+(y+z)+y+(y+z)+z+(y+z)=150 \rightarrow x+4y+4z=150$$

Quedando el sistema:

$$\begin{cases} x-2y-2z=0 \\ x+2y-8z=0 \\ x+4y+4z=150 \end{cases}$$

Cuya matriz ampliada es:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -8 & 0 \\ 1 & 4 & 4 & 150 \end{array} \right) \rightarrow F'_2=F_2-F_1, \quad F'_3=F_3-F_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -6 & 0 \\ 0 & 6 & 6 & 150 \end{array} \right)$$

Intercambiamos orden de columnas: $C_2 \leftrightarrow C_3$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -6 & 4 & 0 \\ 0 & 6 & 6 & 150 \end{array} \right) \rightarrow F'_3=F_3+F_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -2 & 0 \\ 0 & -6 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 150 \end{array} \right)$$

Y despejamos incógnitas desde la última a la primera ecuación (recordando que hemos permutado el orden de la segunda y tercera columna).

$$y=15 \rightarrow z=10 \rightarrow x=50$$

Por lo tanto, el padre tenía 35 años cuando nació su hijo mayor, y 40 años cuando nació su hijo menor.

Hoja 1. Problema 4

Resuelto por María Mundi (enero 2015)

4. Resuelve

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 3 \\ x - y - z = 5 \end{cases}$$

De la primera ecuación:

$$y = 2 - x$$

Sustituimos en las otras dos ecuaciones del sistema:

$$\begin{aligned} 2 - x + z &= 3 \\ x - 2 + x - z &= 5 \end{aligned}$$

De la primera ecuación podemos obtener el valor de z en función de x :

$$z = 3 - 2 + x \rightarrow z = 1 + x$$

Y sustituir en la última ecuación este valor de z :

$$x - 2 + x - 1 - x = 5$$

$$x - 3 = 5$$

$$x = 8$$

Finalmente:

$$8 + y = 2 \rightarrow y = -6$$

$$-6 + z = 3 \rightarrow z = 9$$