

Problemas – Tema 3

Solución a problemas de Complejos - Hoja 4- Problemas 4

Hoja 4. Problema 4

Resuelto por Paula Iglesias (diciembre 2014)

4. Calcula a y b sabiendo que el módulo de z_1 es 13, y que el producto $z_1 \cdot z_2$ es un número real.

$$z_1 = 12 + ai$$

$$z_2 = b + 3i$$

$$\begin{pmatrix} z_1 = 12 + ia \\ z_2 = b + i3 \end{pmatrix}$$

Sabemos que:

$$|z_1| = 13$$

$$z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$$

Entonces:

$$|z_1| = \sqrt{12^2 + a^2} = 13$$

$$144 + a^2 = 13^2$$

$$a^2 = 169 - 144$$

$$a = \pm 5$$

Si $a = 5$

$$z_1 \cdot z_2 = (12 + i5)(b + i3) = 12b + i36 + i5b + i^2 15 = 12b - 15 + i(36 + 5b)$$

Como el producto da como resultado un número que pertenece a los reales, su parte imaginaria es cero:

$$(36 + 5b) = 0$$

$$b = \frac{-36}{5}$$

Si $a = -5$ obtenemos el valor opuesto:

$$b = \frac{36}{5}$$

Solución:

$$z_1 = 12 + 5i, \quad z_2 = \frac{-36}{5} + 3 \cdot i$$

$$z_1 = 12 - 5i, \quad z_2 = \frac{36}{5} + 3 \cdot i$$