

Problemas – Tema 2

Solución a problemas de Complejos - Hoja 3- Problemas 5

Hoja 5. Problema 3

Resuelto por Inés Delgado Galindo (diciembre 2014)

5. Sabiendo que z es un número complejo, resuelve la ecuación:

$$\frac{z}{1+i} + \frac{z}{i} = 2i$$

PRIMERO: Operamos

Respecto del primer factor de la suma, que es un cociente, multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador:

$$\frac{z}{(1+i)} * \left(\frac{1-i}{1-i} \right) = \frac{z-zi}{(1-i+i-i^2)} = \frac{z-zi}{2}$$

Respecto del segundo factor de la suma, que es un cociente, multiplicamos numerador y denominador por el conjugado del denominador:

$$\frac{z}{i} * \left(\frac{-i}{-i} \right) = \frac{-zi}{-i^2} = -zi$$

SEGUNDO: Sumamos ambos sumandos

$$\frac{z-zi}{2} - zi = \frac{z-zi-2zi}{2} = 2i$$

$$z-zi-2zi = 4i ;$$

$$z-3zi = 4i ;$$

TERCERO: Supongamos que $z = a + bi$
sustituimos ese valor de z

$$a+bi-3i(a+bi)=4i$$

$$a+bi-3ai-3bi^2=4i$$

$$a+bi-3ai+3b=4i$$

$$(a+3b)+(b-3a)i=0+4i$$

Igualando las partes reales e imaginarias:

$$a + 3b = 0$$

$$b - 3a = 4$$

CUARTO: Resolvemos ese sistema de dos ecuaciones:

Despejamos b en la segunda ecuación:

$$b=4+3a$$

Y sustituimos ese valor de b en la primera ecuación:

$$a+3(4+3a)=0$$

$$a+12+9a=0$$

$$a=\frac{-12}{10}=\frac{-6}{5}$$

$$b=4+3a=4-\frac{18}{5}=\frac{2}{5}$$

SOLUCIÓN:

Por tanto, la solución es

$$z=\frac{-6}{5}+\frac{2}{5}i$$

Colegio Marista “La Inmaculada” de Granada – Profesor Daniel Partal García – www.danipartal.net

Asignatura: Matemáticas I – 1ºBachillerato

Problemas – Tema 3: *Solución a problemas de Complejos - Hoja 3- Problemas 5*

página 3/3