Instrucciones:

a) Duración: 50 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía y la mala presentación pueden restar hasta un máximo de 2 puntos de la nota final (-0,25 por falta, borrón o tachón).

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- Dado el número complejo $z=(-2,-2)$ obtener:

a) [0,5 puntos] notación binómica

b) [0,5 puntos] opuesto

c) [0,5 puntos] inverso

d) [0,5 punto] conjugado

e) [0,5 puntos] notación polar

f) [0,5 punto] representación en el plano complejo

Ejercicio 2.- Dados dos números complejos arbitrarios $z_1=(a,b)$ y $z_2=(c,d)$, demostrar:

a) [1 punto] El conjugado del producto es el producto de los conjugados. Es decir: $\overline{(z_1 \cdot z_2)}=\overline{z_1}\cdot\overline{z_2}$

b) [1 punto] El conjugado del cociente es el cociente de los conjugados. Es decir: $\overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$

Ejercicio 3.- [3 puntos] Sabiendo que $z=a+bi$ es un número complejo, resuelve la ecuación $\frac{z}{1+i}+\frac{z}{i}=2i$. Es decir, obtener los valores de a y b de la notación binómica.

Ejercicio 4.- [2 puntos] La suma de las partes reales de dos números complejos conjugados es seis, y la suma de sus módulos es 10. Determina esos complejos en la forma binómica y polar.

Opción B

Ejercicio 1.- Dados dos complejos $z_1=(1,-3)$ y $z_2=(2,-1)$ calcula:

a) [1 punto] $z_1 \cdot z_2$

b) [1 punto] $\frac{z_1}{z_2}$

c) [0,5 puntos] $z_1 \cdot \overline{z_1}$

d) [0,5 puntos] $|z_2|$

Ejercicio 2.- [3 puntos] Opera (es decir, realiza la siguiente raíz cuadrada de un número complejo).

$$\sqrt{\frac{-1+i}{1+i}}$$

Ejercicio 3.- [2 puntos] Desarrolla la siguiente potencia usando el número combinatorio y el número factorial.

$$(1-i)^5$$

Ejercicio 4.- [2 puntos] Halla dos números complejos sabiendo que su suma es $1+6i$ y que el cociente de los mismos es un número imaginario puro. Además, la parte imaginaria de uno de los sumandos es uno.