Teoría – Tema 2

Más transformaciones trigonométricas

Índice de contenido

Suma y diferencia de senos como producto....2
Suma y diferencia de cosenos como producto....3
Producto seno por coseno expresado como suma de senos....4
Producto seno por seno expresado como diferencia de senos....5
Producto de coseno por coseno expresado como suma de cosenos....6

Suma y diferencia de senos como producto

Vamos a obtener relaciones trigonométricas útiles para determinados problemas, a partir de las ya trabajadas en anteriormente.

Partimos de los valores ya conocidos para el seno de la suma y el seno de la diferencia.

$$sen(\alpha+\beta)=sen\,\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot sen\,\beta$$
$$sen(\alpha-\beta)=sen\,\alpha\cdot\cos\beta-\cos\alpha\cdot sen\,\beta$$

Sumamos y restamos ambas expresiones.

$sen(\alpha+\beta)+sen(\alpha-\beta)=2\,sen\,\alpha\cdot\cos\beta$ → seno de la suma + seno de la diferencia

$sen(\alpha+\beta)-sen(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cdot sen\,\beta$ → seno de la suma - seno de la diferencia

Realizamos el siguiente cambio de variables.

$$\alpha+\beta=A$$
$$\alpha-\beta=B$$

Por lo tanto:

$\alpha=\frac{A+B}{2}$ → semi-suma

$\beta=\frac{A-B}{2}$ → semi-diferencia

Llegamos a las siguientes expresiones:

$sen(A)+sen(B)=2\,sen\frac{A+B}{2}\cdot\cos\frac{A-B}{2}$ → **suma transformada en producto**

$sen(A)-sen(B)=2\cos\frac{A+B}{2}\cdot sen\frac{A-B}{2}$ → **diferencia transformada en producto**

Suma y diferencia de cosenos como producto

Partimos de los valores ya conocidos para el coseno de la suma y el coseno de la diferencia.

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-sen\,\alpha\cdot sen\,\beta$$
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+sen\,\alpha\cdot sen\,\beta$$

Sumamos y restamos ambas expresiones.

$\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)=2\cos\alpha\cdot\cos\beta$ $\rightarrow$ coseno de la suma + coseno de la diferencia

$\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)=-2\,sen\,\alpha\cdot sen\,\beta$ $\rightarrow$ coseno de la suma - coseno de la diferencia

Realizamos el siguiente cambio de variables:

$$\alpha+\beta=A$$
$$\alpha-\beta=B$$

Por lo tanto:

$\alpha=\frac{A+B}{2}$ $\rightarrow$ semi-suma

$\beta=\frac{A-B}{2}$ $\rightarrow$ semi-diferencia

Llegamos a las siguientes expresiones:

$\cos(A)+\cos(B)=2\cos\frac{A+B}{2}\cdot\cos\frac{A-B}{2}$ $\rightarrow$ **suma transformada en producto**

$\cos(A)-\cos(B)=-2\,sen\frac{A+B}{2}\cdot sen\frac{A-B}{2}$ $\rightarrow$ **diferencia transformada en producto**

Producto seno por coseno expresado como suma de senos

Tomando la expresión de la suma de senos podemos identificar:

$$sen(A)+sen(B)=2\,sen\frac{A+B}{2}\cdot\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\frac{A+B}{2}=m\,x$$

$$\frac{A-B}{2}=n\,x$$

Despejando los valores A y B :

$$A=(m+n)x$$

$$B=(m-n)x$$

Y podemos expresar:

$$sen((m+n)x)+sen((m-n)x)=2\,sen(m\,x)\cdot\cos(n\,x)$$

Es decir, el producto seno por coseno queda de la forma:

$$sen(m\,x)\cdot\cos(n\,x)=\frac{1}{2}[sen((m+n)x)+sen((m-n)x)]$$

Producto seno por seno expresado como diferencia de senos

Tomando la expresión de la diferencia de cosenos podemos identificar:

$$\cos(A)-\cos(B)=-2\,sen\frac{A+B}{2}\cdot sen\frac{A-B}{2}$$

$$\frac{A+B}{2}=m\,x$$

$$\frac{A-B}{2}=n\,x$$

Despejando los valores A y B :

$$A=(m+n)x$$

$$B=(m-n)x$$

Podemos expresar la diferencia de cosenos de la forma:

$$\cos((m+n)x)-\cos((m-n)x)=-2\,sen(m\,x)\cdot sen(n\,x)$$

De esta manera, el producto seno por seno resulta:

$$sen(m\,x)\cdot sen(n\,x)=\frac{-1}{2}[\cos((m+n)x)-\cos((m-n)x)]$$

Producto de coseno por coseno expresado como suma de cosenos

Tomando la expresión de la suma de cosenos podemos identificar:

$$\cos(A)+\cos(B)=2\cos\frac{A+B}{2}\cdot\cos\frac{A-B}{2}$$

$$\frac{A+B}{2}=mx$$

$$\frac{A-B}{2}=nx$$

Despejando los valores A y B :

$$A=(m+n)x$$
$$B=(m-n)x$$

Podemos expresar la suma de cosenos de la forma:

$$\cos((m+n)x)+\cos((m-n)x)=2\cos(mx)\cdot\cos(nx)$$

Y el producto de cosenos queda:

$$\cos(mx)\cdot\cos(nx)=\frac{1}{2}[\cos((m+n)x)+\cos((m-n)x)]$$