Taller

Obtener altura de una canasta mediante triangulación

Planteamiento

Con los conocimientos adquiridos en 1ºBachillerato sobre trigonometría, vamos a calcular la altura de una canasta del patio del colegio mediante el método de triangulación. Un método muy parecido al que se utiliza en Astronomía para estimar la distancia de la Tierra a una estrella del firmamento, mediante la inclinación medida desde dos observatorios en posiciones distintas (metodo del paralaje).

Los conocimientos teóricos que necesitamos controlar son:

- Teorema del coseno
- Definición de tangente

En clase, en el Tema 2 sobre trigonometría, hemos resuelto un ejercicio similar (con datos teóricos) para estimar la altura de un árbol cercano a un río, que es observado desde dos puntos distintos al otro margen del río. Ahora vamos a realizar las medidas experimentales para aplicar lo aprendido en la estimación de la altura de un objeto real, como es una de las canastas del patio. Para ellos necesitamos:

- Un ovillo de lana
- Tijeras
- Cinta aislante
- Transportador
- Regla
- Huella de un pie
- Un objeto pesado a modo de plomada.

Toma de medidas

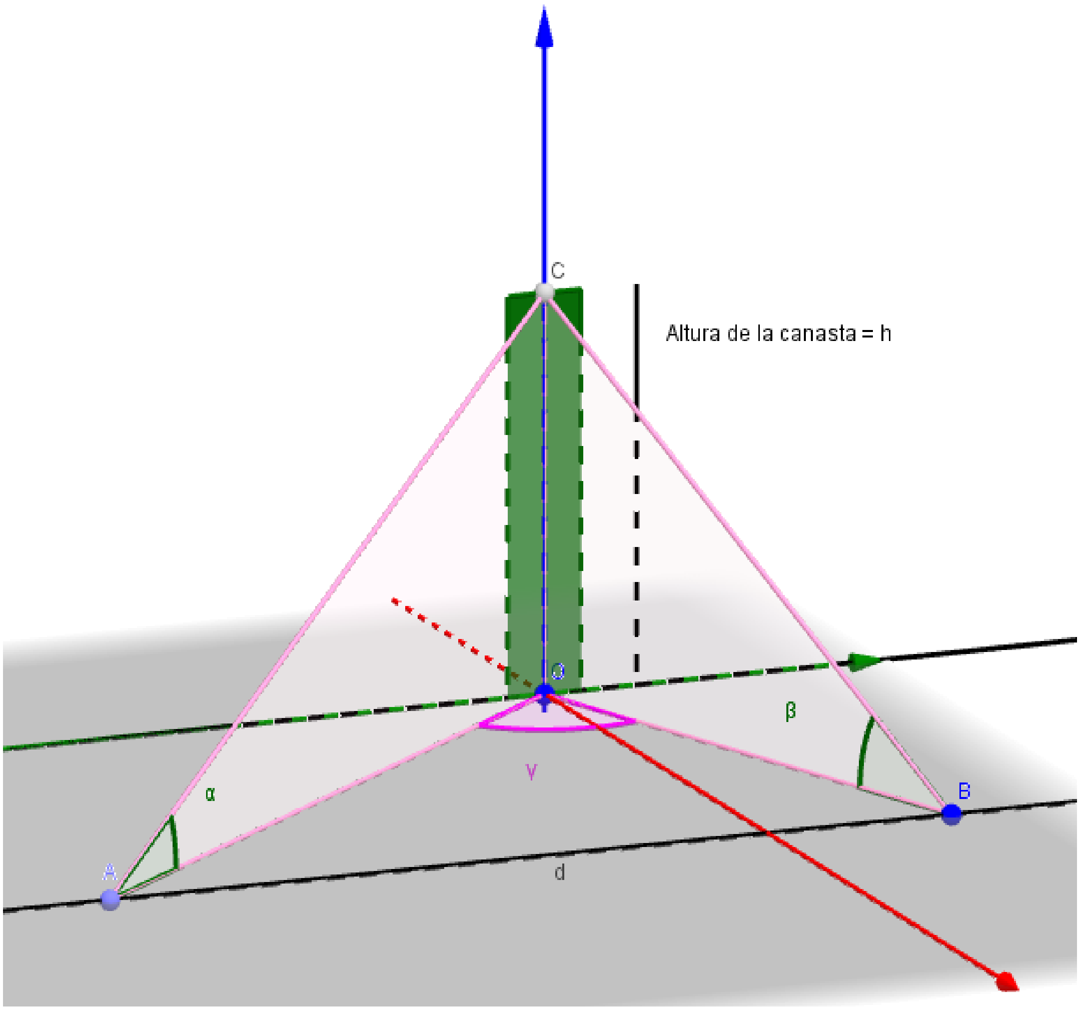
Unimos con el hilo de lana un punto A de la superficie del patio con el aro de la canasta C. Fijamos el hilo al suelo en el punto A con cinta aislante y al aro C con un nudo (podemos servirnos de un pupitre y de una persona alta para realizar el nudo).

Elegimos otro punto B del patio y repetimos el procedimiento anterior. Así tendremos los puntos A y B unidos respectivamente con C mediante sendos hilos.

Colgamos del aro C un hilo con la plomada, que caerá verticalmente hasta tocar el suelo en el punto O. Unimos con hilo, a ras de suelo, los puntos A, O y los puntos B, O.

En la siguiente imagen tenemos una recreación tridimensional del ejercicio.

Recreación tridimensional del ejercicio experimental a realizar en el patio



Sea α al ángulo del vértice A en el triángulo rectángulo AOC .

Sea β al ángulo del vértice B en el triángulo rectángulo BOC .

Sea γ al ángulo del vértice O en el triángulo OAB (este triángulo, por lo general, no es rectángulo).

Con ayuda del transportador medimos los ángulos α , β y γ formados por los respectivos hilos. Al medir los ángulos deberemos tensar con las manos los hilos $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$, ya que la masa del hilo tenderá a formar entre sus extremos una curva (llamada catenaria, para culturilla general).

Sea d la distancia del segmento $\overline{AB}$. Con una regla medimos el pie de una persona, y calculamos el número de pies que separan los puntos A y B . Multiplicando el número de pies por la longitud de un pie, tendremos la distancia d .

La distancia del segmento $\overline{OC}$ es la altura h de la canasta que deseamos calcular.

Enlace a recurso 3D en Geogebra: https://ggbm.at/QV9T4RZQ

Razonamiento matemático

En el triángulo rectángulo $AOC \rightarrow tg\,\alpha = \frac{h}{\overline{AO}} \rightarrow \overline{AO} = \frac{h}{tg\,\alpha}$

En el triángulo rectángulo $BOC \rightarrow tg\,\beta = \frac{h}{\overline{BO}} \rightarrow \overline{BO} = \frac{h}{tg\,\beta}$

En el triángulo OAB aplicamos el teorema del coseno.

$$d^2 = (\overline{AO})^2 + (\overline{BO})^2 - 2\,\overline{AO}\cdot\overline{BO}\cdot\cos\gamma$$

Sustituimos los valores de $\overline{AO}$ y de $\overline{BO}$ en la ecuación.

$$d^2 = \frac{h^2}{tg^2\alpha} + \frac{h^2}{tg^2\beta} - 2\frac{h}{tg\,\alpha}\cdot\frac{h}{tg\,\beta}\cdot\cos\gamma$$

Recuerda que la incógnita a resolver es h (altura de la canasta), por lo que podemos escribir la siguiente ecuación de segundo grado.

$$d^2 = \left(\frac{1}{tg^2\alpha} + \frac{1}{tg^2\beta} - 2\frac{\cos\gamma}{tg\,\alpha\cdot tg\,\beta}\right)\cdot h^2 \rightarrow h = \frac{d}{+\sqrt{\frac{1}{tg^2\alpha} + \frac{1}{tg^2\beta} - 2\frac{\cos\gamma}{tg\,\alpha\cdot tg\,\beta}}}$$

Donde tomamos el valor positivo de la raíz por tratarse h de una distancia.

Esta expresión ofrece el valor de la altura h a partir de medidas experimentales que podemos realizar en el patio. Pues.... a medir y resolver!!

Cada grupo debe completar los siguientes datos y entregarlos al profesor al terminar la práctica.

Miembros del grupo:

Valor de α **:**

Valor de β **:**

Valor de γ **:**

Valor de d **:**

Altura obtenida h **:**