Problemas – Tema 2

Solución a problemas de Trigonometría - Hoja 5 - Problemas 1, 2, 3, 4, 5, 6

Hoja 5. Problema 1

Resuelto por Víctor J. López Marín (noviembre 2014)

1. Calcula:

a) $\cos(arcsen(\frac{1}{5}))$

b) $\tan(\arccos(\frac{3}{4}))$

c) $sen(2\,arcsen(\frac{1}{3}))$

a) Primero resolvemos el argumento del coseno.

$$arcsen(\frac{1}{5})=11{,}53^{o}+360º\cdot k\,,\,168{,}47^{o}+360º\cdot k\,,\,k\in\mathbb{Z}$$

Aplicamos la función coseno a los dos ángulos (del primer y segundo cuadrante).

$$\cos(arcsen(\frac{1}{5}))=\pm 0{,}97$$

b) Primero resolvemos el argumento del tangente.

$$\arccos(\frac{3}{4})=41{,}40^{o}+360º\cdot k\,,\,318{,}60^{o}+360º\cdot k\,,\,k\in\mathbb{Z}$$

Calculamos la función tangente a los dos ángulos (del primer y cuarto cuadrante).

$$tg(\arccos(\frac{3}{4}))=\pm 0.88$$

c) Resolvemos el argumento del seno.

$$arcsen(\frac{1}{3})=19{,}47^{o}+360^{o}\cdot k\,,\,160{,}53^{o}+360^{o}\cdot k\,,\,k\in\mathbb{Z}$$

$$2\cdot arcsen(\frac{1}{3})=38{,}94^{o}+360^{o}\cdot k\,,\,321{,}06^{o}+360^{o}\cdot k\,,\,k\in\mathbb{Z}$$

Calculamos la función seno a los dos ángulos (primer y cuarto cuadrante).

$$sen(2\cdot arcsen(\frac{1}{3}))=\pm 0{,}62$$

Hoja 5. Problema 2

Resuelto por Pablo Gallegos Linde (noviembre 2015)

2. Obtén el ángulo x qué cumpla 4·sen (x) = sen (2x)

$$4\cdot sen(x)=sen(2x)$$

Usamos la relación del seno del ángulo doble.

$$4\cdot sen(x)=2\cdot sen(x)\cdot\cos(x) \quad\rightarrow\quad 2\cdot sen(x)-sen(x)\cdot\cos(x)=0$$
$$sen(x)(2-\cos(x))=0$$

Igualamos cada factor de la multiplicación a 0.

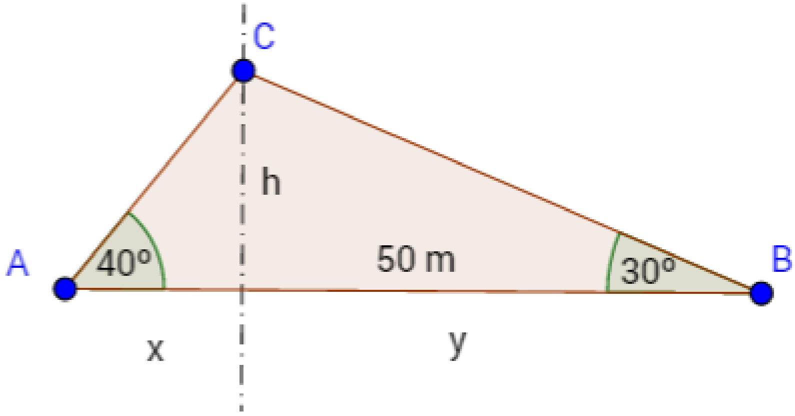
$$sen(x)=0 \quad\rightarrow\quad x=0º, 180º, 360º... \quad\rightarrow\quad x=0º+180º\,k, k\in\mathbb{Z}$$

$2-\cos(x)=0 \quad\rightarrow\quad \cos(x)=2$ → No existe solución → $-1\leq\cos(x)\leq 1$

Hoja 5. Problema 3

Resuelto por Alfonso Pedrosa Campoy (noviembre 2015)

3. Un terreno triangular tiene 50m de longitud en uno de sus lados. Los otros dos lados forman con el de 50m, ángulos de 40º y 30º. Calcula las longitudes de los lados.



Dividimos el triángulo en dos triángulos rectángulos (ver imagen), de tal forma que se cumplen las siguientes relaciones para las tangentes:

$$tg(40^o)=\frac{h}{x} \quad \rightarrow \quad x\cdot tg(40^o)=h$$

$$tg(30^o)=\frac{h}{y} \quad \rightarrow \quad y\cdot tg(30^o)=h$$

Despejamos en cada ecuación el valor de la altura h e igualamos.

$$x\cdot tg(40^o)=y\cdot tg(30^o)$$

La base del triángulo podemos expresarla como $50=x+y$ (ver imagen), por lo que obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas.

$$\begin{Bmatrix} x\cdot tg(40^o)=y\cdot tg(30^o) \\ 50=x+y \end{Bmatrix}$$

De la segunda ecuación despejamos $50-y=x$. Llevamos este resultado a la primera ecuación del sistema.

$$(50-y)\cdot tg(40º)=y\cdot tg(30º) \rightarrow y=\frac{50\cdot tg(40º)}{tg(40º)+tg(30º)} \rightarrow y=29{,}62\,m \rightarrow x=20{,}38\,m$$

La altura resulta → $h=x\cdot tg(40º) \rightarrow h=17{,}1\,m$

Las longitudes de las hipotenusas de cada triángulo rectángulo son la solución final a nuestro problema. Aplicando Pitágoras:

$$\overline{AC}=\sqrt{(17{,}1)^2+(20{,}38)^2}=26{,}8\,m$$
$$\overline{BC}=\sqrt{(17{,}1)^2+(29{,}62)^2}=34{,}4\,m$$

Hoja 5. Problema 4

Resuelto por María Mundi (noviembre 2014)

4. Dos carreteras parten de un mismo punto, y forman entre si un ángulo de 60º. Desde el punto de intersección parten, simultáneamente por cada una, dos coches. El primero con una velocidad constante de 50km/h y el segundo con una velocidad constante de 70km/h. Calcula la distancia que existirá entre ambos coches al cabo de 10 minutos.

Nos dan las velocidades de los coches, así que calculamos el espacio que recorren en 10 minutos.

s = v·t (tiempo en horas → 10min = 0,167 horas)

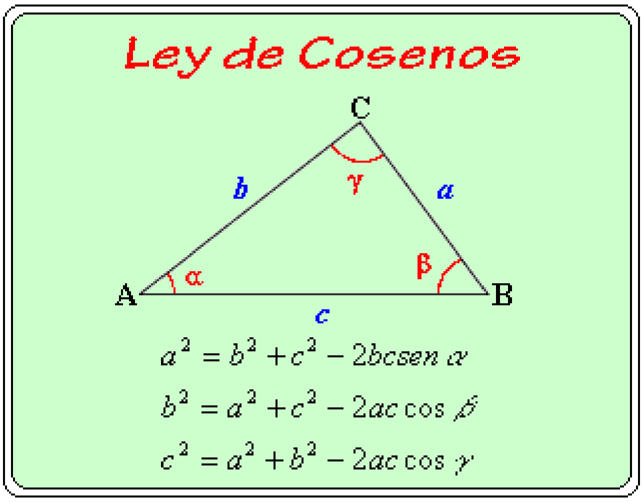
Para el coche que avanza a 50km/h:

$$s=50\cdot 0{,}167$$
$$s=8{,}33\,km$$

Para el coche que avanza a 70km/h:

$$s=70\cdot 0{,}167$$
$$s=11{,}667\,km$$

Es decir, tenemos un triángulo no rectángulo de vértices ABC y lados abc. El vértice A es opuesto al lado a, el vértice B es opuesto al lado b, y el vértice C es opuesto al lado c.



Si el ángulo del vértice A = 60º → b = 8,33 km → c = 11,67 km → podemos calcular el lado a (distancia entre los dos coches) utilizando la ley de cosenos:

$$a^2 = c^2 + b^2 - 2cb \cdot \cos A$$

Sustituimos por los valores que tenemos:

$$a^2 = 8{,}33^2 + 11{,}667^2 - 2 \cdot 8{,}33 \cdot 11{,}667 \cdot \cos 60º$$

$$a^2 = 69{,}389 + 136{,}119 - 194{,}37 \cdot \frac{1}{2}$$

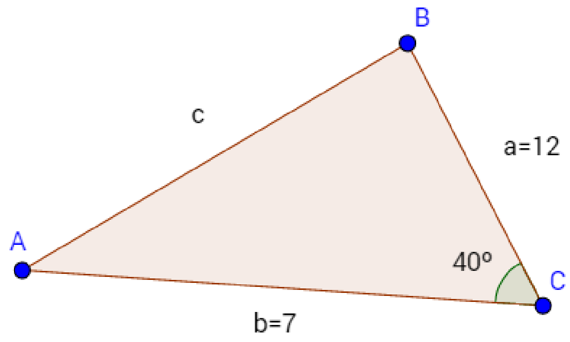
$$a^2 = 108{,}323$$

$$a = 10{,}408\,km$$

Hoja 5. Problema 5

Resuelto por Martín Moreno Vega (noviembre 2015)

5. En un triángulo el lado a es igual a 12m, y el lado b es igual a 7m. El ángulo C mide 40º. Halla los ángulos A y B.



Aplicamos el teorema del coseno para obtener el lado c .

$$c^2=7^2+12^2-2\cdot 7\cdot 12\cdot \cos(40º)$$
$$c^2=193-168\cdot 0{,}766 \quad\rightarrow\quad c\simeq 8{,}02...\ m$$

Conocidos los tres lados del triángulo y uno de los ángulos, podemos aplicar el teorema del seno para obtener los otros dos ángulos.

$$\frac{a}{sen(A)}=\frac{c}{sen(C)} \quad\rightarrow\quad \frac{12}{sen(A)}=\frac{8{,}02}{sen(40º)} \quad\rightarrow\quad sen(A)=\frac{12\cdot sen(40º)}{8{,}02} \quad\rightarrow\quad sen(A)=0{,}962$$
$$A=74{,}107^o \quad , \quad A=180º-74{,}107^o=105{,}89^o$$

En principio, los dos ángulos son soluciones posibles. Vamos a obtener el tercer vértice y luego razonaremos la solución final (que es única, no puede haber dos triángulos con ángulos distintos e igual longitud en sus lados).

$$\frac{b}{sen(B)}=\frac{c}{sen(C)} \quad\rightarrow\quad \frac{7}{sen(B)}=\frac{8{,}02}{sen(40º)} \quad\rightarrow\quad sen(B)=\frac{7\cdot sen(40º)}{8{,}02} \quad\rightarrow\quad sen(B)=0{,}561$$
$$B=34{,}178^o \quad , \quad B=180º-34{,}178^o=145º87º$$

De esta pareja de valores, la única opción posible es $B=34,178^{o}$, ya que el dato inicial $C=40º$ imposibilita que $B=145º87º$ por ser la suma de los ángulos de un triángulo igual a 180º.

Por lo tanto, si $B=34,178^{o}$ y $C=40º$ $\rightarrow$ $A=180º-(B+C)=105,89^{o}$ que es una de las soluciones posibles que contemplamos anteriormente.

Hoja 5. Problema 6

Resuelto por Félix Berrios (noviembre 2014)

6. De un triángulo conocemos:

a = 8cm

b = 7cm

C = 30º

Calcula el lado c, el área del triángulo, el radio de la circunferencia circunscrita y el radio de la circunferencia inscrita.

Calculo el lado c por el Teorema del coseno:

$c^2 = a^2 + b^2 – 2ab \cdot \cos \hat{c}$

$c^2 = 64 + 49 – 16 \cdot 7 \cdot 0.866025$

$c^2 = 113 – 96.99$

$c = \sqrt{16}$

c = 4 cm

Área del triángulo:

$A = b \cdot h/2 = 7 \cdot 4/2 = 14\ cm^2$

El radio de la circunferencia inscrita se obtiene de la fórmula de Herón para hallar la superficie del triángulo:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$S = \sqrt{19(19-5)(19-7)(19-4)}$

$S = \sqrt{47880} = 218.81\ cm^2$

-Sustituyo la superficie en la siguiente expresión:

$S = b \cdot c \cdot a / 4R$

$224/ 4R = 218.81$

R = 4 cm

-Radio de la circunferencia circunscrito:

Resuelvo por la expresión:

r = L $\sqrt{3}$ / 6

r = 4 · 1.732 /6

r = 1. 47 cm