

Problemas – Tema 2

Solución a problemas de Trigonometría - Hoja 4- Problemas 3, 4

Hoja 4. Problema 3

Resuelto por Paula Iglesias (noviembre 2014)

3. Resuelve

$$\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \frac{\sqrt{3}+1}{2} \\ \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = \frac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}$$

Hago un cambio de variable:

$$\operatorname{sen} x = a$$

$$\operatorname{sen} y = b$$

Resuelvo el sistema de ecuaciones por el método de reducción, sumando ambas ecuaciones:

$$2a = \frac{\sqrt{3}+1}{2} + \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

Despejo a.

$$2a = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 - 1}{2}$$

$$2a = \frac{2 * \sqrt{3}}{2}$$

$$a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Despejo b.

$$b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} - a$$

$$b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$b = \frac{1}{2}$$

Deshago el cambio de variable.

$$a = \sin x$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2} = 60^\circ + 360^\circ * k, \quad 120^\circ + 360^\circ * k \rightarrow k \in \mathbb{Z}$$

$$b = \sin y$$

$$\sin y = \frac{1}{2}$$

$$x = \sin^{-1} \frac{1}{2} = 30^\circ + 360^\circ * k, \quad 150^\circ + 360^\circ * k \rightarrow k \in \mathbb{Z}$$

Hoja 4. Problema 4

Resuelto por Alejandro Calancha (noviembre 2014)

4. Sabiendo que el $\operatorname{sen}(x) = 2/3$, siendo x un ángulo del primer cuadrante, calcula:

a) $\operatorname{sen}(2x)$

b) $\cos\left(\frac{x}{2}\right)$

c) $\tan(2x)$

A partir de la ecuación fundamental $1 = \cos^2 x + \operatorname{sen}^2 x$ podemos obtener el valor del coseno (si es del primer cuadrante, será positivo), y posteriormente la tangente haciendo seno/coseno.

$$\operatorname{sen}(x) = \frac{2}{3}; \quad \cos(x) = \frac{\sqrt{5}}{3}; \quad \tan(x) = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

a) De la relación del seno del ángulo doble sabemos:

$$\operatorname{sen}(2x) = 2 \cdot \operatorname{sen}(x) \cdot \cos(x)$$

$$\operatorname{sen}(2x) = 2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{5}}{3} = \frac{4 \cdot \sqrt{5}}{9}$$

b) De la relación del coseno del ángulo mitad sabemos:

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = +\sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{x}{2}\right) = +\sqrt{\frac{1 + \frac{\sqrt{5}}{3}}{2}} = \sqrt{\frac{3 + \sqrt{5}}{6}}$$

c) De la tangente del ángulo doble sabemos:

$$\tan(2x) = \frac{2 \cdot \tan(x)}{1 - \tan^2(x)}$$

$$\tan(2x) = \frac{2 \cdot \frac{2}{\sqrt{5}}}{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)^2} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{1 - \frac{4}{5}} = \frac{\frac{4}{\sqrt{5}}}{\frac{1}{5}} = \frac{20}{\sqrt{5}} = 4 \cdot \sqrt{5}$$