Problemas – Tema 2

Solución a problemas de Trigonometría - Hoja 10 - Problemas 1, 2, 3, 4

Hoja 10. Problema 1

1. Sabiendo que $cosec(\alpha)=\frac{-7}{4}$ **y que** α **es un ángulo del cuarto cuadrante, deduce los siguientes apartados sin utilizar la calculadora. Si es necesario deja el resultado final como una única fracción simplificada (no usar números decimales):**

a) $sec(\alpha)$
b) $tg(2\alpha)$

a) $cosec(\alpha)=\frac{1}{sen(\alpha)} \rightarrow sen(\alpha)=\frac{-4}{7}$

De la relación fundamental → $1=\cos^2(\alpha)+sen^2(\alpha)$

$$1=\cos^2(\alpha)+\frac{16}{49} \rightarrow \cos(\alpha)=\pm\sqrt{1-\frac{16}{49}} \rightarrow \cos(\alpha)=\pm\sqrt{\frac{33}{49}} \rightarrow \cos(\alpha)=\frac{\pm\sqrt{33}}{7}$$

El enunciado afirma que α es del cuarto cuadrante, por lo que nos quedamos con el valor positivo del coseno → $\cos(\alpha)=\frac{\sqrt{33}}{7}$

$$sec(\alpha)=\frac{1}{\cos(\alpha)} \rightarrow sec(\alpha)=\frac{7}{\sqrt{33}} \rightarrow sec(\alpha)=\frac{7\cdot\sqrt{33}}{33}$$

b) Para obtener $tg(2\alpha)$ primero vamos a obtener $tg(\alpha)=\frac{sen(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

$$tg(\alpha)=\frac{-4}{\sqrt{33}} \rightarrow tg(\alpha)=\frac{-4\cdot\sqrt{33}}{33}$$

$$tg(2\alpha)=\frac{2\,tg(\alpha)}{1-tg^2(\alpha)} \rightarrow tg(2\alpha)=\frac{\frac{-8\cdot\sqrt{33}}{33}}{1-\frac{16}{33}}=\frac{-8\cdot\sqrt{33}}{17}$$

Hoja 10. Problema 2

2. Demuestra la siguiente igualdad $\frac{sen(x+x)}{\cos(x+x)-1}=-cotg\,x$

Usamos las relaciones del seno del ángulo doble y del coseno del ángulo doble, y la relación fundamental de trigonometría.

$$sen(2x)=2\,sen(x)\cos(x)$$

$$\cos(2x)=\cos^2(x)-sen^2(x)$$

$$1=\cos^2(x)+sen^2(x)$$

Sustituimos en la igualdad de partida.

$$\frac{2\,sen(x)\cos(x)}{\cos^2(x)-sen^2(x)-\cos^2(x)-sen^2(x)}=-cotg(x) \quad \rightarrow \quad \frac{2\,sen(x)\cos(x)}{-2\,sen^2(x)}=-cotg(x)$$

$$\frac{\cos(x)}{-sen(x)}=-cotg(x) \quad \rightarrow \quad -cotg(x)=-cotg(x) \quad \rightarrow \text{ c.q.d.}$$

Hoja 10. Problema 3

3. Siendo α y β dos ángulos del tercer cuadrante que cumplen $sen\,\alpha=\frac{-2}{5}$ **,** $\cos\beta=\frac{-1}{3}$ **, calcula las siguientes expresiones trigonométricas sin usar la calculadora. Si es necesario, deja el resultado final como una única fracción simplificada (no usar números decimales).**

a) $sen(\alpha+\beta)$

b) $\cos(\alpha-\beta)$

a) Al desarrollar el seno de la suma vamos a necesitar los valores de los senos y cosenos de los ángulos de partida. Para esto, usamos la relación fundamental de trigonometría.

$sen\,\alpha=\frac{-2}{5}$ → usamos relación fundamental $1=\cos^2(\alpha)+sen^2(\alpha)$

$$\cos(\alpha)=\pm\sqrt{1-sen^2(\alpha)} \rightarrow \cos(\alpha)=\pm\sqrt{1-\frac{4}{25}} \rightarrow \cos(\alpha)=\pm\sqrt{\frac{21}{25}} \rightarrow \cos(\alpha)=\frac{\pm\sqrt{21}}{5}$$

Nos quedamos con la opción negativa por pertenecer al tercer cuadrante .

$$\cos(\alpha)=\frac{-\sqrt{21}}{5}$$

$$\cos\beta=\frac{-1}{3} \rightarrow sen(\beta)=\pm\sqrt{1-\cos^2(\beta)} \rightarrow sen(\beta)=\pm\sqrt{1-\frac{1}{9}} \rightarrow sen(\beta)=\frac{\pm\sqrt{8}}{3}$$

Nos quedamos con la opción negativa por pertenecer al tercer cuadrante .

$$sen(\beta)=\frac{-\sqrt{8}}{3}$$

$$sen(\alpha+\beta)=sen\,\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot sen\,\beta=\frac{-2}{5}\cdot\frac{-1}{3}+\frac{-\sqrt{21}}{5}\cdot\frac{-\sqrt{8}}{3}=\frac{2+\sqrt{168}}{15}$$

b) $\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta+sen\,\alpha\cdot sen\,\beta=\frac{-\sqrt{21}}{5}\cdot\frac{-1}{3}+\frac{-2}{5}\frac{-\sqrt{8}}{3}=\frac{\sqrt{21}+2\sqrt{8}}{15}$

Hoja 10. Problema 4

4. Resuelve $sen(x)=\frac{\cos(x)}{2}$

Debemos obtener el valor de x . Y podemos plantearlo de varias maneras: expresando todo en función del seno, o bien en función del coseno, o bien planteando la razón tangente.

Si expresamos el seno en función del coseno.

$$sen(x)=\pm\sqrt{1-\cos^2(x)}$$

Sustituimos en la igualdad de partida.

$$\pm\sqrt{1-\cos^2(x)}=\frac{\cos(x)}{2}$$

Elevamos al cuadrado.

$$1-\cos^2(x)=\frac{\cos^2(x)}{4} \quad \rightarrow \quad 1=\frac{\cos^2(x)}{4}+\cos^2(x) \quad \rightarrow \quad \cos^2(x)=\frac{4}{5} \quad \rightarrow \quad \cos(x)=\frac{\pm 2\sqrt{5}}{5}$$

Despejamos el ángulo x aplicando arcocoseno.

$$\cos(x)=\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \rightarrow \quad x=29{,}517^o+360^o k \quad , \quad x=330{,}483^o+360^o k \quad , \quad k\in\mathbb{Z}$$

$$\cos(x)=\frac{-2\sqrt{5}}{5} \quad \rightarrow \quad x=180^o-29{,}517^o=150{,}483^o+360^o k \quad , \quad x=210{,}517^o+360^o k \quad , \quad k\in\mathbb{Z}$$