

## Problemas – Tema 1

### Solución a problemas de Repaso 4ºESO - Hoja 05 - Problemas 1, 2, 5, 6, 7

#### Hoja 5. Problema 1

#### Resuelto por Andrés Fernández Ortega (septiembre 2014)

**1. La suma de los cuadrados de las cifras de un número de dos cifras es igual a 10 y si al número le quitamos 18 obtenemos un número escrito con las mismas cifras, pero en orden inverso. Halla el número.**

Las incógnitas que me pide las representaré como  $x$  para la cifra de las decenas e  $y$  para la cifra de las unidades.

Primero, represento los datos que me dan obteniendo así un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10 \\ [(x \cdot 10) + y] - 18 = (y \cdot 10) + x \end{cases}$$

Luego, despejaré en una de las ecuaciones una de las incógnitas para que el resultado sea sustituido en la otra. Es decir, uso el método de sustitución:

$$\begin{aligned} [(x \cdot 10) + y] - 18 &= (y \cdot 10) + x \rightarrow y - 18 - 10y = x - 10x \rightarrow -9y - 18 = -9x \\ \frac{9 \cdot (y + 2)}{9} &= x \rightarrow x = (y + 2) \end{aligned}$$

Este valor de  $x$  lo llevo a la primera ecuación del sistema.

$$\begin{aligned} (y + 2)^2 + y^2 &= 10 \rightarrow y^2 + 4y + 4 + y^2 = 10 \rightarrow 2y^2 + 4y - 6 = 0 \\ y &= \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 2 \times (-6)}}{2 \times 2} \rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ y = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

Me quedo con la solución positiva, ya que un número (sin considerar el signo) está formado por cifras positivas. A partir de este resultado, resuelvo la otra incógnita:

$$x^2 + 1^2 = 10 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

Por lo tanto  $x=3, y=1$  . Nuestro número solución es 31 .

## Hoja 5. Problema 2

### Resuelto por Ignacio Joaquín García Moreno (septiembre 2015)

#### 2. Resuelve.

$$\sqrt{4x+9} + \sqrt{x-6} = \sqrt{8x+1}$$

Elevamos al cuadrado ambos miembros.

$$\begin{aligned}(\sqrt{4x+9} + \sqrt{x-6})^2 &= (\sqrt{8x+1})^2 \rightarrow 4x+9+x-6+2\sqrt{(4x+9)(x-6)}=8x+1 \rightarrow \\ \rightarrow 5x+3+2\sqrt{(4x+9)(x-6)} &= 8x+1 \rightarrow 2\sqrt{(4x+9)(x-6)}=3x-2 \rightarrow \\ \rightarrow 2\sqrt{4x^2-15x-54} &= 3x-2\end{aligned}$$

Volvemos a elevar al cuadrado.

$$4 \cdot (4x^2 - 15x - 54) = (3x - 2)^2 \rightarrow 16x^2 - 60x - 216 = 9x^2 + 4 - 12x \rightarrow -7x^2 + 48x + 220 = 0$$

Resolvemos la ecuación de segundo grado.

$$x = \frac{-48 \pm \sqrt{48^2 + 4 \cdot 7 \cdot 220}}{-14} \rightarrow x = \frac{-48 \pm 92}{-14} \rightarrow x = 10, \quad x = \frac{-22}{7}$$

El valor negativo  $x = \frac{-22}{7}$  hace negativo el discriminante de la raíz  $\sqrt{4x+9}$ . Por lo tanto, la única solución válida es  $x = 10$ .

## Hoja 5. Problema 5

### Resuelto por Iara González Rodríguez (septiembre 2014)

#### 5. Opera y simplifica.

$$\frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + 5x + 2} \cdot \frac{4x^2 + x - 14}{16x^2 - 49}$$

$$\frac{(2x^2 - x - 1) \cdot (4x^2 + x - 14)}{(2x^2 + 5x + 2) \cdot (16x^2 - 49)} \rightarrow \frac{8x^4 + 2x^3 - 28x^2 - 4x^3 - x^2 + 14x - 4x^2 - x + 14}{32x^4 + 80x^3 + 32x^2 - 98x^2 - 245x - 98}$$

$$\frac{8x^4 - 2x^3 - 33x^2 + 13x + 14}{32x^4 + 80x^3 - 66x^2 - 245x - 98}$$

Aplicamos Ruffini al numerador y al denominador.

$$8x^4 - 2x^3 - 33x^2 + 13x + 14 \rightarrow 8 \cdot (x+2)(x-1) \left(x - \frac{7}{4}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right)$$

$$32x^4 + 80x^3 - 66x^2 - 245x - 98 \rightarrow 32 \cdot (x+2) \left(x - \frac{7}{4}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{7}{4}\right)$$

$$\frac{8(x-1)}{32 \left(x + \frac{7}{4}\right)} = \frac{x-1}{4 \left(x + \frac{7}{4}\right)} = \frac{x-1}{4x+7}$$

## Hoja 5. Problema 6

### Resuelto por Alfonso Pedrosa Campoy (septiembre 2015)

#### 6. Simplifica.

$$\frac{3+a}{1+a} - \frac{1+a}{a-1} - \frac{2+a+a^2}{1-a^2}$$

$$1-a^2 = -(a^2-1) \rightarrow \frac{3+a}{1+a} - \frac{1+a}{a-1} + \frac{2+a+a^2}{a^2-1}$$

$$a^2-1 = (a+1)(a-1) \rightarrow \frac{3+a}{a+1} - \frac{a+1}{a-1} + \frac{2+a+a^2}{(a+1)(a-1)}$$

Calculamos mínimo común múltiplo.

$$\frac{(3+a)(a-1)}{(a+1)(a-1)} - \frac{(a+1)(a+1)}{(a+1)(a-1)} + \frac{2+a+a^2}{(a+1)(a-1)} \rightarrow \frac{3a-3+a^2-a-a^2-1-2a+2+a+a^2}{(a+1)(a-1)} \rightarrow$$
$$\rightarrow \frac{-2+a+a^2}{(a+1)(a-1)}$$

Factorizamos el numerador  $\rightarrow a^2+a-2=(x-1)(x+2) \rightarrow$  Sustituimos:

$$\frac{(a-1)(a+2)}{(a+1)(a-1)} \rightarrow \frac{a+2}{a+1}$$

## Hoja 5. Problema 7

### Resuelto por Carlos Morillas (septiembre 2015)

#### 5. Resuelve.

$$\frac{2x}{x-3} - \frac{x+5}{x+3} - \frac{2x-7}{9-x^2} = 0$$

Factorizamos  $\rightarrow 9 - x^2 = -(x^2 - 9) = -(x-3)(x+3)$

$$\frac{2x}{x-3} - \frac{x+5}{x+3} + \frac{2x-7}{(x-3)(x+3)} = 0 \rightarrow \frac{2x(x+3) - (x+5)(x-3) + 2x-7}{(x-3)(x+3)} = 0$$

$$\frac{x^2 + 6x + 8}{(x-3)(x+3)} = 0 \rightarrow x^2 + 6x + 8 = 0 \rightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{2} \rightarrow x = -2, x = -4$$