Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso 4ºESO - Hoja 05 - Problemas 1, 2, 5, 6, 7

Hoja 5. Problema 1

Resuelto por Andrés Fernández Ortega (septiembre 2014)

1. La suma de los cuadrados de las cifras de un número de dos cifras es igual a 10 y si al número le quitamos 18 obtenemos un número escrito con las mismas cifras, pero en orden inverso. Halla el número.

Las incógnitas que me pide las representaré como x para la cifra de las decenas e y para la cifra de las unidades.

Primero, represento los datos que me dan obteniendo así un sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ [(x\cdot 10)+y]-18=(y\cdot 10)+x \end{cases}$$

Luego, despejaré en una de las ecuaciones una de las incógnitas para que el resultado sea sustituido en la otra. Es decir, uso el método de sustitución:

$$[(x\cdot 10)+y]-18=(y\cdot 10)+x \quad\rightarrow\quad y-18-10y=x-10x \quad\rightarrow\quad -9y-18=-9x$$

$$\frac{9\cdot(y+2)}{9}=x \quad\rightarrow\quad x=(y+2)$$

Este valor de x lo llevo a la primera ecuación del sistema.

$$(y+2)^2+y^2=10 \quad\rightarrow\quad y^2+4y+4+y^2=10 \quad\rightarrow\quad 2y^2+4y-6=0$$

$$y=\frac{-4\pm\sqrt{4^2-4\times 2\times(-6)}}{2\times 2} \quad\rightarrow\quad \begin{cases} y=1 \\ y=-3 \end{cases}$$

Me quedo con la solución positiva, ya que un número (sin considerar el signo) está formado por cifras positivas. A partir de este resultado, resuelvo la otra incógnita:

$$x^2+1^2=10 \quad \rightarrow \quad x^2=9 \quad \rightarrow \quad x=\pm 3$$

Por lo tanto $x=3, y=1$. Nuestro número solución es 31 .

Hoja 5. Problema 2

Resuelto por Ignacio Joaquín García Moreno (septiembre 2015)

2. Resuelve.

$\sqrt{4x+9}+\sqrt{x-6}=\sqrt{8x+1}$

Elevamos al cuadrado ambos miembros.

$$(\sqrt{4x+9}+\sqrt{x-6})^2=(\sqrt{8x+1})^2 \rightarrow 4x+9+x-6+2\sqrt{(4x+9)(x-6)}=8x+1 \rightarrow$$
$$\rightarrow 5x+3+2\sqrt{(4x+9)(x-6)}=8x+1 \rightarrow 2\sqrt{(4x+9)(x-6)}=3x-2 \rightarrow$$
$$\rightarrow 2\sqrt{4x^2-15x-54}=3x-2$$

Volvemos a elevar al cuadrado.

$$4\cdot(4x^2-15x-54)=(3x-2)^2 \rightarrow 16x^2-60x-216=9x^2+4-12x \rightarrow -7x^2+48x+220=0$$

Resolvemos la ecuación de segundo grado.

$$x=\frac{-48\pm\sqrt{48^2+4\cdot7\cdot220}}{-14} \rightarrow x=\frac{-48\pm92}{-14} \rightarrow x=10 \quad , \quad x=\frac{-22}{7}$$

El valor negativo $x=\frac{-22}{7}$ hace negativo el discriminante de la raíz $\sqrt{4x+9}$ .Por lo tanto, la única solución válida es $x=10$.

Hoja 5. Problema 5

Resuelto por Iara González Rodríguez (septiembre 2014)

5. Opera y simplifica.

$$\frac{2x^2-x-1}{2x^2+5x+2}\cdot\frac{4x^2+x-14}{16x^2-49}$$

$$\frac{(2x^2-x-1)\cdot(4x^2+x-14)}{(2x^2+5x+2)\cdot(16x^2-49)} \rightarrow \frac{8x^4+2x^3-28x^2-4x^3-x^2+14x-4x^2-x+14}{32x^4+80x^3+32x^2-98x^2-245x-98}$$

$$\frac{8x^4-2x^3-33x^2+13x+14}{32x^4+80x^3-66x^2-245x-98}$$

Aplicamos Ruffini al numerador y al denominador.

$$8x^4-2x^3-33x^2+13x+14 \rightarrow 8\cdot(x+2)(x-1)\left(x-\frac{7}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)$$

$$32x^4+80x^3-66x^2-245x-98 \rightarrow 32\cdot(x+2)\left(x-\frac{7}{4}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{7}{4}\right)$$

$$\frac{8(x-1)}{32\left(x+\frac{7}{4}\right)}=\frac{x-1}{4\left(x+\frac{7}{4}\right)}=\frac{x-1}{4x+7}$$

Hoja 5. Problema 6

Resuelto por Alfonso Pedrosa Campoy (septiembre 2015)

6. Simplifica.

$$\frac{3+a}{1+a}-\frac{1+a}{a-1}-\frac{2+a+a^2}{1-a^2}$$

$$1-a^2=-(a^2-1) \quad \rightarrow \quad \frac{3+a}{1+a}-\frac{1+a}{a-1}+\frac{2+a+a^2}{a^2-1}$$

$$a^2-1=(a+1)(a-1) \quad \rightarrow \quad \frac{3+a}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}+\frac{2+a+a^2}{(a+1)(a-1)}$$

Calculamos mínimo común múltiplo.

$$\frac{(3+a)(a-1)}{(a+1)(a-1)}-\frac{(a+1)(a+1)}{(a+1)(a-1)}+\frac{2+a+a^2}{(a+1)(a-1)} \quad \rightarrow \quad \frac{3a-3+a^2-a-a^2-1-2a+2+a+a^2}{(a+1)(a-1)} \quad \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad \frac{-2+a+a^2}{(a+1)(a-1)}$$

Factorizamos el numerador → $a^2+a-2=(x-1)(x+2)$ → Sustituimos:

$$\frac{(a-1)(a+2)}{(a+1)(a-1)} \quad \rightarrow \quad \frac{a+2}{a+1}$$

Hoja 5. Problema 7

Resuelto por Carlos Morillas (septiembre 2015)

5. Resuelve.

$$\frac{2x}{x-3}-\frac{x+5}{x+3}-\frac{2x-7}{9-x^2}=0$$

Factorizamos → $9-x^2=-(x^2-9)=-(x-3)(x+3)$

$$\frac{2x}{x-3}-\frac{x+5}{x+3}+\frac{2x-7}{(x-3)(x+3)}=0 \rightarrow \frac{2x(x+3)-(x+5)(x-3)+2x-7}{(x-3)(x+3)}=0$$

$$\frac{x^2+6x+8}{(x-3)(x+3)}=0 \rightarrow x^2+6x+8=0 \rightarrow x=\frac{-6\pm\sqrt{36-32}}{2} \rightarrow x=-2 \quad , \quad x=-4$$