Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso 4ºESO - Hoja 04 - Problemas 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8

Hoja 4. Problema 1

Resuelto por Alejandro Calancha (septiembre 2014)

1. un número de tres cifras, sabiendo que la suma de los cuadrados de sus cifras es de 126; la cifra de las unidades es un tercio de la cifra de las centenas, y que el cuadrado de la cifra de las decenas es igual al producto de las cifras de centenas y unidades más nueve.

La suma de los cuadrados de las cifras del número es 126. Si x representa las centenas, y las decenas, z las unidades, tendremos → $x^2+y^2+z^2=126$

La cifra de las unidades es un tercio de la cifra de las centenas → $z=\frac{1}{3}x$

El cuadrado de la cifra de las decenas es igual al producto de las cifras de centenas y unidades más nueve → $y^2=(z\cdot x)+9$

Con los datos se hace un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$\begin{pmatrix} z=\frac{1}{3}x \\ y^2=(z\cdot x)+9 \\ x^2+y^2+z^2=126 \end{pmatrix}$$

Usamos el método de sustitución, sustituyendo el valor de z de la primera ecuación en la segunda → $y^2=\left(\frac{1}{3}x\cdot x\right)+9$

Estos valores de y, z los llevamos a la tercera ecuación:

$$x^2+\left(\frac{1}{3}x\cdot x\right)+9+\frac{1}{9}x^2$$
$$13x^2=1053$$
$$x=9$$

Para terminar sustituimos en la dos primeras ecuaciones para hallar las otras cifras.

$$z=\frac{1}{3}\cdot 9=3$$
$$y^2=(3\cdot 9)+9=6$$

El numero solución es 963 .

Hoja 4. Problema 2

Resuelto por Alejandro Calancha (septiembre 2014)

2. La edad de un niño será dentro de 3 años un cuadrado perfecto y hace tres años su edad era la raíz cuadrada de ese mismo número. Averigua los años que tiene.

Edad del niño = x

Dentro de tres años su edad será un cuadrado perfecto (es decir, la raiz de ese número será un entero).

$$x+3=y$$

Hace tres años su edad era la raíz cuadrada de ese mismo número:

$$x-3=\sqrt{y}$$

Hacemos un sistema de ecuaciones con los datos.

$$\begin{pmatrix} x+3=y \\ x-3=\sqrt{y} \end{pmatrix}$$

Despejamos y en la primera ecuación y sustituimos en la otra → $x-3=\sqrt{x+3}$

Elevamos los dos términos al cuadrado para eliminar la raíz → $(x-3)^2=x+3$

Resolvemos la ecuación cuadrática que obtenemos.

$$x^2-7x+6=0 \quad \rightarrow \quad x=\frac{7\pm 5}{2} \quad \rightarrow \quad x_1=6 \quad , \quad x_2=1$$

El valor 1 no puede ser solución porque, según las condiciones del enunciado, hace tres años daría lugar a una edad negativa. Lo cual no es posible.

Solución: El niño tiene 6 años.

Hoja 4. Problema 4

Resuelto por Andrea Molina Arqués (octubre 2014)

4. Resuelve

$$\frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+8}-1}=\frac{5}{3(\sqrt{x+1}+2)}$$

Eliminamos las fracciones multiplicando cada numerador por el denominador del otro miembro:

$$3(\sqrt{x+1}+2)\cdot(\sqrt{x+1}-2)=5\cdot(\sqrt{x+8}-1)$$

Producto notable del primer término de la igualdad: $(a+b)\cdot(a-b)=a^2-b^2$

$$3x-9=5\sqrt{x+8}-5$$

$$3x-4=5\sqrt{x+8}$$

Elevo todo al cuadrado para quitar la raíz:

$$(3\text{x}-4)^2=(5\sqrt{x+8})^2 \;\rightarrow\; 9x^2+16-24x=25(x+8) \;\rightarrow\; 9\text{x}^2-49\text{x}-184=0$$

Resuelvo la ecuación.

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \;\rightarrow\; x=\frac{49\pm\sqrt{49^2-4\cdot 9\cdot 184}}{18} \;\rightarrow\; x=\frac{49\pm\sqrt{2401+6624}}{18}$$

$$x=\frac{49\pm\sqrt{9025}}{18} \;\rightarrow\; x=\frac{49\pm 95}{18}$$

$x=\frac{-46}{18}=-2{,}55\Rightarrow$ $\rightarrow$ solución no válida por hacer negativo el discriminante de $\sqrt{x+1}$

$x=\frac{144}{18}\Rightarrow x=8$ $\rightarrow$ Solución correcta

Hoja 4. Problema 5

Resuelto por Amparo Ibáñez López (septiembre 2015)

5. Opera y simplifica.

$$\left(\frac{1-x}{3x-x^2}-\frac{x-1}{x^2-2x-3}\right)\frac{x^2+x}{x-1}$$

Factorizamos los distintos polinomios y operamos.

$$\left(\frac{1-x}{x(3-x)}-\frac{x-1}{(x-3)(x+1)}\right)\frac{x(x+1)}{x-1} \rightarrow \left(\frac{x-1}{x(x-3)}-\frac{x-1}{(x-3)(x+1)}\right)\frac{x(x+1)}{x-1} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{x+1}{(x-3)}-\frac{x}{(x-3)} \rightarrow \frac{1}{x-3}$$

Hoja 4. Problema 6

Resuelto por Valeriano Garrido (septiembre 2014)

6. Opera y simplifica $\dfrac{(2x^2+x-1)(x-5)+13x+1}{2x^3-3x^2-8x-3}$ **.**

Resolvemos los paréntesis del numerador → $\dfrac{2x^3-10x^2+x^2-5x-x+5+13x+1}{2x^3-3x^2-8x-3}$

Sumamos los términos → $\dfrac{2x^3-9x^2+7x+6}{2x^3-3x^2-8x-3}$

Factorizamos numerador y denominador por la regla de Ruffini.

	2	-9	7	6
3		6	-9	-6
	2	-3	-2	0

	2	-3	-2
2		4	2
	2	1	0

Numerador → $2x^3-9x^2+7x+6=(x-3)(x-2)(2x+1)$

	2	-3	-8	-3
3		6	9	3
	2	3	1	0

	2	3	1
-1		-2	-1
	2	1	0

Denominador → $2x^3-3x^2-8x-3=(x-3)(x+1)(2x+1)$

Simplificamos numerador y denominador

$$\frac{(x-3)(x-2)(2x+1)}{(x-3)(x+1)(2x+1)}=\frac{x-2}{x+1}$$

Hoja 4. Problema 7

Resuelto por Beatriz Moreu Pérez-Artacho (septiembre 2014)

7. Opera y simplifica.

$$(1-\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}):(\frac{x}{x-a}+\frac{x}{x+a})$$

$$(1-\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}):(\frac{x}{x-a}+\frac{x}{x+a}) \rightarrow (\frac{a^2-x^2-a^2-x^2}{a^2-x^2}):(\frac{x(x+a)+x(x-a)}{x^2-a^2}) \rightarrow$$

$$\rightarrow (\frac{-2x^2}{a^2-x^2}):(\frac{x^2+ax+x^2-ax}{x^2-a^2}) \rightarrow (\frac{-2x^2}{a^2-x^2}):(\frac{2x^2}{x^2-a^2}) \rightarrow (\frac{-2x^2}{-(x^2-a^2)}):(\frac{2x^2}{x^2-a^2}) \rightarrow$$

$$\rightarrow (\frac{2x^2}{x^2-a^2}):(\frac{2x^2}{x^2-a^2}) \rightarrow 1$$

Hoja 4. Problema 8

Resuelto por Valeriano Garrido (septiembre 2014)

8. Simplifica.

$$\frac{x+2}{x^2-2x}-\frac{1}{x+2}-\frac{6x+4}{x^3-4x}$$

Se descomponen los denominadores en factores para hallarles el mínimo común múltiplo, que será el común denominador.

$$\begin{array}{l} x^2-2x=x(x-2) \\ x+2 \\ x^3-4x=x(x^2-4)=x[(x+2)(x-2)] \end{array} \rightarrow m.c.m.(x^2-2x\,, x+2, x^3-4x)=x^3-4x$$

Dividimos el común denominador entre los denominadores de las fracciones dadas y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente.

$$\frac{(x+2)^2-1(x^2-2x)-6x-4}{x[(x+2)(x-2)]}=\frac{x^2+4+4x-x^2+2x-6x-4}{x[(x+2)(x-2)]}$$

Sumamos términos y simplificamos.

$$\frac{0}{x[(x+2)(x-2)]}=0$$