

Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso 4ºESO - Hoja 04 - Problemas 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8

Hoja 4. Problema 1

Resuelto por Alejandro Calancha (septiembre 2014)

1. un número de tres cifras, sabiendo que la suma de los cuadrados de sus cifras es de 126; la cifra de las unidades es un tercio de la cifra de las centenas, y que el cuadrado de la cifra de las decenas es igual al producto de las cifras de centenas y unidades más nueve.

La suma de los cuadrados de las cifras del número es 126. Si x representa las centenas, y las decenas, z las unidades, tendremos $\rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 126$

La cifra de las unidades es un tercio de la cifra de las centenas $\rightarrow z = \frac{1}{3}x$

El cuadrado de la cifra de las decenas es igual al producto de las cifras de centenas y unidades más nueve $\rightarrow y^2 = (z \cdot x) + 9$

Con los datos se hace un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas:

$$\begin{pmatrix} z = \frac{1}{3}x \\ y^2 = (z \cdot x) + 9 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 126 \end{pmatrix}$$

Usamos el método de sustitución, sustituyendo el valor de z de la primera ecuación en la segunda $\rightarrow y^2 = \left(\frac{1}{3}x \cdot x\right) + 9$

Estos valores de y, z los llevamos a la tercera ecuación:

$$x^2 + \left(\frac{1}{3}x \cdot x\right) + 9 + \frac{1}{9}x^2$$

$$13x^2 = 1053$$

$$x = 9$$

Para terminar sustituimos en la dos primeras ecuaciones para hallar las otras cifras.

$$z = \frac{1}{3} \cdot 9 = 3$$

$$y^2 = (3 \cdot 9) + 9 = 6$$

El numero solución es 963 .

Hoja 4. Problema 2

Resuelto por Alejandro Calancha (septiembre 2014)

2. La edad de un niño será dentro de 3 años un cuadrado perfecto y hace tres años su edad era la raíz cuadrada de ese mismo número. Averigua los años que tiene.

Edad del niño = x

Dentro de tres años su edad será un cuadrado perfecto (es decir, la raíz de ese número será un entero).

$$x+3=y$$

Hace tres años su edad era la raíz cuadrada de ese mismo número:

$$x-3=\sqrt{y}$$

Hacemos un sistema de ecuaciones con los datos.

$$\begin{cases} x+3=y \\ x-3=\sqrt{y} \end{cases}$$

Despejamos y en la primera ecuación y sustituimos en la otra $\rightarrow x-3=\sqrt{x+3}$

Elevamos los dos términos al cuadrado para eliminar la raíz $\rightarrow (x-3)^2=x+3$

Resolvemos la ecuación cuadrática que obtenemos.

$$x^2-7x+6=0 \rightarrow x=\frac{7\pm 5}{2} \rightarrow x_1=6, x_2=1$$

El valor 1 no puede ser solución porque, según las condiciones del enunciado, hace tres años daría lugar a una edad negativa. Lo cual no es posible.

Solución: El niño tiene 6 años.

Hoja 4. Problema 4

Resuelto por Andrea Molina Arqués (octubre 2014)

4. Resuelve

$$\frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+8}-1} = \frac{5}{3(\sqrt{x+1}+2)}$$

Eliminamos las fracciones multiplicando cada numerador por el denominador del otro miembro:

$$3(\sqrt{x+1}+2) \cdot (\sqrt{x+1}-2) = 5 \cdot (\sqrt{x+8}-1)$$

Producto notable del primer término de la igualdad: $(a+b) \cdot (a-b) = a^2 - b^2$

$$3x - 9 = 5\sqrt{x+8} - 5$$

$$3x - 4 = 5\sqrt{x+8}$$

Elevo todo al cuadrado para quitar la raíz:

$$(3x-4)^2 = (5\sqrt{x+8})^2 \rightarrow 9x^2 + 16 - 24x = 25(x+8) \rightarrow 9x^2 - 49x - 184 = 0$$

Resuelvo la ecuación.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow x = \frac{49 \pm \sqrt{49^2 - 4 \cdot 9 \cdot 184}}{18} \rightarrow x = \frac{49 \pm \sqrt{2401 + 6624}}{18}$$

$$x = \frac{49 \pm \sqrt{9025}}{18} \rightarrow x = \frac{49 \pm 95}{18}$$

$$x = \frac{-46}{18} = -2,55 \Rightarrow \rightarrow \text{solución no válida por hacer negativo el discriminante de } \sqrt{x+1}$$

$$x = \frac{144}{18} \Rightarrow x = 8 \rightarrow \text{Solución correcta}$$

Hoja 4. Problema 5

Resuelto por Amparo Ibáñez López (septiembre 2015)

5. Opera y simplifica.

$$\left(\frac{1-x}{3x-x^2} - \frac{x-1}{x^2-2x-3} \right) \frac{x^2+x}{x-1}$$

Factorizamos los distintos polinomios y operamos.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1-x}{x(3-x)} - \frac{x-1}{(x-3)(x+1)} \right) \frac{x(x+1)}{x-1} \rightarrow \left(\frac{x-1}{x(x-3)} - \frac{x-1}{(x-3)(x+1)} \right) \frac{x(x+1)}{x-1} \rightarrow \\ & \rightarrow \frac{x+1}{(x-3)} - \frac{x}{(x-3)} \rightarrow \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

Hoja 4. Problema 6

Resuelto por Valeriano Garrido (septiembre 2014)

6. Opera y simplifica $\frac{(2x^2 + x - 1)(x - 5) + 13x + 1}{2x^3 - 3x^2 - 8x - 3}$.

Resolvemos los paréntesis del numerador $\rightarrow \frac{2x^3 - 10x^2 + x^2 - 5x - x + 5 + 13x + 1}{2x^3 - 3x^2 - 8x - 3}$

Sumamos los términos $\rightarrow \frac{2x^3 - 9x^2 + 7x + 6}{2x^3 - 3x^2 - 8x - 3}$

Factorizamos numerador y denominador por la regla de Ruffini.

	2	-9	7	6
3		6	-9	-6
	2	-3	-2	0

	2	-3	-2
2		4	2
	2	1	0

Numerador $\rightarrow 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6 = (x - 3)(x - 2)(2x + 1)$

	2	-3	-8	-3
3		6	9	3
	2	3	1	0

	2	3	1
-1		-2	-1
	2	1	0

Denominador $\rightarrow 2x^3 - 3x^2 - 8x - 3 = (x - 3)(x + 1)(2x + 1)$

Simplificamos numerador y denominador

$$\frac{(x-3)(x-2)(2x+1)}{(x-3)(x+1)(2x+1)} = \frac{x-2}{x+1}$$

Hoja 4. Problema 7

Resuelto por Beatriz Moreu Pérez-Artacho (septiembre 2014)

7. Opera y simplifica.

$$\left(1 - \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}\right) : \left(\frac{x}{x-a} + \frac{x}{x+a}\right)$$

$$\left(1 - \frac{a^2 + x^2}{a^2 - x^2}\right) : \left(\frac{x}{x-a} + \frac{x}{x+a}\right) \rightarrow \left(\frac{a^2 - x^2 - a^2 - x^2}{a^2 - x^2}\right) : \left(\frac{x(x+a) + x(x-a)}{x^2 - a^2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\frac{-2x^2}{a^2 - x^2}\right) : \left(\frac{x^2 + ax + x^2 - ax}{x^2 - a^2}\right) \rightarrow \left(\frac{-2x^2}{a^2 - x^2}\right) : \left(\frac{2x^2}{x^2 - a^2}\right) \rightarrow \left(\frac{-2x^2}{-(x^2 - a^2)}\right) : \left(\frac{2x^2}{x^2 - a^2}\right) \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\frac{2x^2}{x^2 - a^2}\right) : \left(\frac{2x^2}{x^2 - a^2}\right) \rightarrow 1$$

Hoja 4. Problema 8

Resuelto por Valeriano Garrido (septiembre 2014)

8. Simplifica.

$$\frac{x+2}{x^2-2x} - \frac{1}{x+2} - \frac{6x+4}{x^3-4x}$$

Se descomponen los denominadores en factores para hallarles el mínimo común múltiplo, que será el común denominador.

$$x^2 - 2x = x(x - 2)$$

$$x + 2$$

$$\rightarrow m.c.m.(x^2 - 2x, x + 2, x^3 - 4x) = x^3 - 4x$$

$$x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x[(x + 2)(x - 2)]$$

Dividimos el común denominador entre los denominadores de las fracciones dadas y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente.

$$\frac{(x+2)^2 - 1(x^2 - 2x) - 6x - 4}{x[(x+2)(x-2)]} = \frac{x^2 + 4 + 4x - x^2 + 2x - 6x + 4}{x[(x+2)(x-2)]}$$

Sumamos términos y simplificamos.

$$\frac{0}{x[(x+2)(x-2)]} = 0$$