Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso 4ºESO - Hoja 20 - Problemas 2, 5, 7, 8

Hoja 20. Problema 2

Resuelto por Pablo Lupiañez Escobar (septiembre 2014)

2. En una división el dividendo es 1275; el cociente y el resto son iguales, y el divisor es el doble del cociente, ¿Cuál es el divisor?

La x representa al resto, que es igual a cociente según el enunciado:

Resto = Cociente = x

Al ser el divisor el doble del cociente, tenemos → Divisor = $2x$

Aplicando la prueba de la división → cociente · divisor + resto = dividendo

$$x \cdot 2x + x = 1275$$

$$2x^2 + x - 1275 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1275)}}{4} = \frac{-1 \pm 101}{4}$$

$$x_1 = -22{,}5$$

$$x_2 = 25$$

La solución $-22{,}5$ se descarta porque si fuera válida, el divisor sería -45 y con estos datos sería imposible que el dividendo fuera 1275 .

Por lo tanto 25 es el valor correcto del cociente, que multiplicado por 2 da un valor de 50 para el divisor.

Hoja 20. Problema 5

Resuelto por Alberto Yoldi Vergara (octubre 2014)

5.Resuelve

a) $7^{2x+3}-8\cdot 7^{x+1}+1=0$

b) $3^{2x}=\sqrt{4^{x-1}}$

a) $7^{2x+3}-8\cdot 7^{x+1}+1=0 \rightarrow 7^{2x}\cdot 7^{3}-8\cdot 7^{x}\cdot 7^{1}+1=0$

Si $7^{x}=t \rightarrow 343t^{2}-56t+1=0$

$$t=\frac{56\pm\sqrt{56^{2}-1372}}{686}$$

$$t=\frac{1}{7} \rightarrow x=-1$$

$$t=\frac{1}{49} \rightarrow x=-2$$

b) $3^{2x}=\sqrt{4^{x-1}}$

Elevamos al cuadrado ambos miembros → $3^{4x}=4^{x-1}$

Aplicamos logaritmo en base decimal y sacamos exponentes del logaritmo.

$$4x\cdot\log(3)=(x-1)\log(4)$$

Usamos la calculadora para obtener el valor de los logaritmos.

$$1{,}306x=-0{,}602 \rightarrow x=-0{,}461$$

Hoja 20. Problema 7

Resuelto por Alberto Yoldi Vergara (septiembre 2014)

7. Sabiendo que $\log(2)=0{,}301$ **y** $\log(3)=0{,}4771$ **, calcula:**

a) $\log\sqrt{\dfrac{48\sqrt{3}}{5^3}}$

b) $\log_3 25$

a) Aplicando propiedades de logaritmo:

$$\frac{1}{2}[\log(48\cdot\sqrt{3})-\log(5^3)]$$

$$\frac{1}{2}[\log(3\cdot 2^4)+\frac{1}{2}(\log 3)-3\log(5)]$$

$$\frac{1}{2}[\log(3)+4\log(2)+\frac{1}{2}(\log 3)-3\log(5)]$$

$$\frac{1}{2}[\frac{3}{2}\log(3)+4\log(2)-3\log(5)]$$

Obteniendo con la calculadora que $\log(5)=0{,}6989$, y con los datos del enunciado, tenemos:

$$\frac{1}{2}[-0{,}1771]=-0{,}08855$$

b) Sabiendo la propiedad de cambio de base → $log_a\ x=\dfrac{log_b x}{log\ _b a}$

Aplicado a nuestro problema, y obteniendo con la calculadora $\log(5)=0{,}6989$:

$$log_3\ 25=\frac{log_{10}25}{log\ _{10}3}\rightarrow log_3\ 25=\frac{2\ log_{10}5}{log\ _{10}3}\rightarrow log_3\ 25=\frac{1{,}39794}{0{,}4771}\rightarrow log_3\ 25=2{,}9299$$

Hoja 20. Problema 8

Resuelto por Javier Bermúdez (septiembre 2014)

8. Resuelve.

$$\begin{pmatrix} log\,x + log(y+3) = log\,6 \\ log\,\frac{x+7}{y+2} = 1 \end{pmatrix}$$

Aplicamos la exponencial de base 10, de tal forma que exponencial y logaritmo son funciones inversas, cancelan entre sí, y el resultado final es el argumento inicial del logaritmo. Recordamos la siguiente propiedad: el logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos.

$x \cdot (y+3) = 6$ → primera ecuación

$\frac{x+7}{y+2} = 10$ → segunda ecuación

Despejamos x en la segunda ecuación:

$$x + 7 = 10y + 20$$
$$x = 10y + 20 - 7$$

Y llevamos este valor a la primera ecuación

$$10y + 13 \cdot (y+3) = 6 \;\rightarrow\; y^2 + 30y + 13y - 33 = 0 \;\rightarrow\; y^2 + 43y + 33 = 0$$

$$y = \frac{-43 \pm \sqrt{43^2 - 4 \cdot 10 \cdot 33}}{20}$$

$$y = \frac{-43 \pm 23}{20}$$

$$y_1 = -1$$

$$y_2 = \frac{-63}{20}$$

Si $y=-1$ tenemos → $x+7=-10+20 \rightarrow x=3$

Si $y=\frac{-63}{20}$, tenemos → $x=-40$

La pareja de valores $x=3, y=-1$ hacen los argumentos de los logaritmos de partida positivos, por lo que son solución. Sin embargo la pareja $x=-40, y=-63/20$ no son solución por hacer negativo estos argumentos.