

Problemas – Tema 1

Solución a problemas de Repaso 4ºESO - Hoja 10 - Problemas 1, 5, 6, 7

Hoja 10. Problema 1

Resuelto por Pablo Lupiáñez Escobar (septiembre 2014)

1. El número 365 es el número de días que tiene un año y es un número curioso: es suma de los cuadrados de 3 números naturales consecutivos. Calcúlalos.

La incógnita x es uno de esos tres números, en este caso el más pequeño. Al ser consecutivos, sumándole 1 y 2 se hayan los dos siguientes números naturales y así podemos plantear la ecuación, sabiendo que los tres números están elevados al cuadrado.

$$x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 365 \rightarrow x^2 + x^2 + 2x + 1 + x^2 + 4x + 4 = 365 \rightarrow 3x^2 + 6x - 360 = 0$$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4 \cdot 3 \cdot (-360)}}{6} = \frac{-6 \pm 66}{6}$$

$$x_1 = -12$$

$$x_2 = 10$$

Al indicarse que los números son naturales la solución negativa no es posible, así que obtenemos $x=10, x+1=11, x+2=12$.

Hoja 10. Problema 5

Resuelto por Ana García Ibáñez (octubre 2014)

5. Dada la función $g(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ calcula los puntos de corte de la función con los ejes de coordenadas.

Para calcular los puntos de corte con el eje de abscisas ($y=0$) igualo a cero la función y aplico Ruffini.

-2	1	2	-1	-2
		-2	0	2
-1	1	0	-1	0
		-1	1	
1	1	-1	0	
		1		
	1	0		

Es decir los puntos de corte con el eje OX son $(-2,0), (-1,0), (1,0)$.

Para poder calcular el punto de corte con el eje de ordenadas realizo $x=0$.

$$x=0 \rightarrow y=-2 \rightarrow \text{punto } (0,-2)$$

Los cuatro puntos de corte son: $(-2,0), (-1,0), (1,0), (0,-2)$

Hoja 10. Problema 6

Resuelto por Sergio García Prados (septiembre 2014)

6. Indica si hay alguna simetría en la función y calcula su dominio.

$$g(x) = \frac{x^4 - 1}{2x}$$

Las funciones simétricas pares se caracterizan por $\rightarrow g(x) = g(-x)$

Sustituimos.

$$g(-x) = \frac{(-x^4) - 1}{-2x}$$

$$g(-x) = \frac{x^4 - 1}{-2x} \neq g(x) = \frac{x^4 - 1}{2x} \rightarrow \text{La función no es par}$$

Las funciones simétricas impares se caracterizan por $\rightarrow g(x) = -g(-x)$

Sustituimos.

$$-g(-x) = -\left(\frac{x^4 - 1}{-2x}\right) = \frac{-x^4 + 1}{-2x} = \frac{x^4 - 1}{2x} \rightarrow \text{La función si tiene simetría impar}$$

Hoja 10. Problema 7

Resuelto por Sergio García Prados (septiembre 2014)

7. Calcula el dominio y el recorrido.

$$f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x < 0 \\ 2x-3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$$

Realizamos una tabla de valores para dibujar la función (que son rectas, polinomios de primer grado) y poder resolver el problema:

$$f(x) = 2x - 1 \quad \text{si } x < 0$$

x	y
-1	-3
-5	-11

$$f(x) = 2x - 3 \quad \text{si } x > 2$$

x	y
3	3
5	7

Representamos gráficamente las dos funciones, recordando que en $0 < x < 2$ la función no está definida.

Comprobamos que $Dom(f) = (-\infty, 0) \cup (2, \infty)$ y $Recorrido(f) = (-\infty, -1) \cup (1, \infty)$.

