Problemas – Tema 4

Enunciados de problemas de repaso de la 1ª evaluación

Hoja 1

1. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\left\{\begin{array}{c} 3x+2y+z=1 \\ 5x+3y+4z=2 \\ x+y-z=1 \end{array}\right\}$$

solución: x = -4, y = 6, z = 1

2. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z=1 \\ 2x+3y-4z=9 \\ x-y+z=-1 \end{array}\right\}$$

solución: x = 1, y = 1, z = -1

3. La edad de un padre es doble de la suma de las edades de sus dos hijos, mientras que hace unos años (exactamente la diferencia de las edades actuales de los hijos), la edad del padre era triple que la suma de las edades, en aquel tiempo, de sus hijos. Cuando pasen tantos años como la suma de las edades actuales de los hijos, la suma de edades de las tres personas será 150 años. ¿Qué edad tenía el padre en el momento de nacer sus hijos?

solución: padre = 50 años, hijo mayor = 15 años, hijo menor = 10 años. El padre tenía 35 y 40 años respectivamente al nacer sus hijos.

4. Resuelve.

$$\left\{\begin{array}{c} x+y=2 \\ y+z=3 \\ x-y-z=5 \end{array}\right\}$$

solución: x = 8, y = -6, z = 9

Hoja 2

1. Se tienen tres lingotes compuestos del siguiente modo:

- El primero de 20 g de oro, 30 g de plata y 40 g de cobre.
- El segundo de 30 g de oro, 40 g de plata y 50 g de cobre.
- El tercero de 40 g de oro, 50 g de plata y 90 g de cobre.

Se pide qué peso habrá de tomarse de cada uno de los lingotes anteriores para formar un nuevo lingote de 34 g de oro, 46 g de plata y 67 g de cobre.

solución: 45 g del primero, 48 del segundo, 54 g del tercero.

2. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\left\{\begin{array}{c} 2x+2y+3z=3 \\ 4x+7y+7z=1 \\ -2x+4y+5z=-7 \end{array}\right\}$$

solución: x = 2, y = -2, z = 1

3. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\left\{\begin{array}{c} 2x+3y-5z=-11 \\ 4x-7y+2z=15 \\ -2x+4y-6z=-18 \end{array}\right\}$$

solución: x = 1, y = -1, z = 2

4. Resuelve aplicando el método de Gauss.

$$\left\{\begin{array}{l} x-2y+3z=\dfrac{1}{2} \\ 4x+y-z=\dfrac{13}{6} \\ 2x-y+3z=\dfrac{3}{2} \end{array}\right\}$$

solución: x = 1/2, y = 1/2, z = 1/3

Hoja 3

1. Comprobar:

$$sen\, b \cdot \cos(a-b) + \cos b \cdot sen(a-b) = sen\, a$$

2. Comprobar:

$$\frac{sen(2x)}{1+\cos(2x)} = tg\, x$$

3. Comprobar:

$$\frac{sen(2a)}{1-\cos^2 a} \cdot \frac{sen(2a)}{\cos a} = 4 \cdot \cos a$$

4. Comprobar:

$$\frac{sen(3a) - sen(5a)}{\cos(3a) + \cos(5a)} = -tg\, a$$

5. Resuelve:

$$2 \cdot tg(x) - 3 \cdot cotg(x) - 1 = 0$$

solución: $56{,}3^o + 180^o \cdot k$

6. Resuelve:

$$\cos^2 x - 3\, sen^2 x = 0$$

solución: $30^o + 360^o \cdot k \quad y \quad 150^o + 360^o \cdot k, \quad 210^o + 360^o \cdot k \quad y \quad 330^o + 360^o \mathrm{k}$

7. Resuelve:

$$sen(2x + 60^o) + sen(x + 30^o) = 0$$

solución: $330^{oo} + 120^o \cdot k, \quad 150^o + 360^o \cdot k$

Hoja 4

1. Resuelve:

$$sen^2 x - \cos^2 x = \frac{1}{2}$$

solución: $60º + 180º \cdot k \quad y \quad 120º + 180º \cdot k$

2. Resuelve:

$$sen(2x) = \cos 60º$$

solución: $15º + 180º \cdot k \quad y \quad 75º + 180º \cdot k$

3. Resuelve:

$$\begin{Bmatrix} sen\, x + sen\, y = 1 \\ x + y = 90º \end{Bmatrix}$$

solución:

$$x = 0^o + 360^o \cdot k \,, \quad y = 90^o + 360^o \cdot k$$

$$x = 90º + 360º \cdot k \,, \quad y = 0º + 360º \cdot k$$

4. Resuelve:

$$\begin{Bmatrix} sen\, x + sen\, y = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ sen\, x - sen\, y = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \end{Bmatrix}$$

solución:

$$x = 60º + 360º \cdot k \,, \quad 120º + 360º \cdot k$$

$$y = 30º + 360º \cdot k \,, \quad 150º + 360º \cdot k$$

Hoja 5

1. Expresa en forma polar y binómica un complejo cuyo cubo es $8\cdot(\cos\frac{\pi}{2}+i\cdot sen\frac{\pi}{2})$.

2. Calcular todas las raíces de la ecuación $x^6+32=0$.

3. Sabiendo que $sen(25º)=0{,}42$, $\cos(25º)=0{,}91$ y $tg(25º)=0{,}47$ hallar, sin usar las teclas trigonométricas de la calculadora, el seno, coseno y tangente de 155º y de 205º.

4. Simplifica:

$$\frac{sen(2\pi-x)-\cos(-x)sen(\frac{\pi}{2}+x)+1}{sen(\pi-x)}(1+sen\,x)$$

solución: $-\cos^2 x$

5. La longitud de una circunferencia es 9π metros. Hallar cuánto mide el arco de circunferencia que determina un ángulo de 1,75 radianes y el área del sector circular correspondiente.

solución: arco = 7,875 m; área = 17,22 m^2

6. Demuestra la siguiente igualdad:

$$\frac{1-sen^4 x}{\cos^2 x}=2-\cos^2 x$$

7. Cálcula el área y el perímetro de un pentágono regular inscrito en una circunferencia de radio 3cm.

solución: perímetro = 17,6 cm; área = 21,4 cm^2

8. Una correa conecta dos poleas de radios 10 cm y 25 cm. Si la polea grande da un giro completo, ¿qué ángulo habrá girado la pequeña?

solución: 900º

9. Simplifica:

$$\frac{\cos(\pi+x)-sen(\frac{\pi}{2}-x)}{sen(\frac{3\pi}{2}+x)+\cos(\pi-x)}$$

solución: 1

Hoja 6

1. Hallar las coordenadas de los vértices de un hexágono regular de centro el origen de coordenadas del plano complejo, sabiendo que uno de los vértices es el número $1_{90º}$.

2. ¿Cuáles son las coordenadas del punto que se obtiene al girar 90º, en sentido antihorario alrededor del origen, el afijo $2+i$? (nota: dar solución en forma binómica).

3. Sabiendo que $tg(\pi+x)=-2$ y que x es un ángulo del cuarto cuadrante, calcula:

$$-\cos(2x+\pi)\cdot sen(-x)\cdot cotg\left(\frac{\pi}{2}-\frac{x}{2}\right)$$

solución: $\frac{4(5-\sqrt{5})}{25}$

4. Resuelve:

$$(3-5\cos a)(1+tg^2 a)=2$$

solución: $\pm 60º+360º\cdot k\,,\ k\in\mathbb{Z}$

5. Resuelve:

$$sen(2a+\pi)=sen\left(a-\frac{\pi}{4}\right)$$

solución: $\frac{5\pi}{4}+2\pi\cdot k\,,\ \frac{\pi}{12}+2\pi\cdot k$

Hoja 7

1. Resuelve el sistema.

$$\begin{cases} sen^2 x + \cos^2 y = \dfrac{3}{4} \\ \cos^2 x - sen^2 y = \dfrac{1}{4} \end{cases}$$

2. Resuelve el sistema.

$$\begin{cases} sen\, x + \cos y = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{1}{sen\, x} + \dfrac{1}{\cos y} = -1 \end{cases}$$

3. Si $\cos a = \frac{3}{5}$ y a es un ángulo del cuarto cuadrante, y $sen\, b = \frac{4}{5}$ y b es un ángulo del segundo cuadrante, calcula:

a) $\cos\left(\frac{a}{2} + 90^\circ\right)$

b) $sen(2a + 2b)$

c) $tg\,(180^\circ - b)$

d) $sen(a - b)$

4. Un golfista golpea la pelota de modo que su lanzamiento alcanza una longitud de 129 m. Si la distancia del golfista al hoyo es de 150 m y la pelota queda a una distancia de 40 m del hoyo, calcula el ángulo que forma la línea de unión del golfista con el hoyo y la dirección del lanzamiento.

5. Determina el perímetro de un triángulo inscrito en una circunferencia de 2,5 cm de radio, sabiendo que uno de sus lados mide 4 cm y que, los otros dos lados, uno es el triple que el otro.

6.Un barco pide socorro y las señales son recibidas por dos estaciones de radio B y C que distan entre si 80 km. La recta que une las estaciones B y C forma con la dirección norte un ángulo de 48º. B recibe señales con una dirección de 135º con el Norte, mientras que C las recibe con una dirección de 96º con el norte. ¿A qué distancia de cada estación se encuentra el barco?

Hoja 8

1. Halla el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo cuyos lados miden 13 m, 14 m y 15m. Calcula el área del triángulo.

2. El producto de dos números complejos es 3i, y el cubo de uno de ellos dividido por el otro es 1/3. Calcúlalos.

3. Dos puntos A y B están separados por 3 m a lo largo de la orilla de un río. Desde A se ve la copa de un árbol situado en la otra orilla bajo un ángulo de 36º. Y desde B la copa del árbol se aprecia bajo un ángulo de 52º.

El ángulo que separa A y B, visto desde la base del árbol, es de 95º. Calcula la altura del árbol.

4. Demuestra que hay dos triángulos diferentes con $\hat{A}=30º$, $a=30\,cm$ y $b=4\,cm$.

5. Dos ciudades A y B están situadas sobre el mismo meridiano de la esfera terrestre, mientras que una tercera ciudad C se encuentra en el mismo paralelo que A. La latitud de A es de 40º Norte. Suponemos la Tierra como una esfera perfecta.

a) Si la ciudad B está 150km al norte de A, calcula la latitud de B sabiendo que el radio de la Tierra es de 6370Km.

b) Si la ciudad C está situada en un meridiano a 30º al oeste de A, ¿qué distancia separa las ciudades A y C?

6. Dos coches parten a la vez de un cruce del que parten dos carreteras: una en dirección norte y otra en dirección nordeste. Uno de los coches toma la primera carretera con velocidad uniforme de 70km/h, y el otro la segunda con una velocidad constante de 90km/h,

¿A qué distancia se encontrarán al cabo de 40 minutos?

7. Un campo de fútbol mide 100m de largo y 60m de ancho. Una portería tiene una longitud de 5m.

Un jugador se encuentra en la intersección del centro del campo con una de las líneas laterales de saque de banda. Si dispara desde esa posición, ¿qué ángulo horizontal de tiro posee para que el disparo vaya entre los dos postes de la portería?

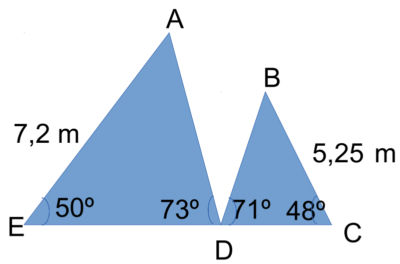
8. Resuelve el sistema en el intervalo $[0,2\pi]$.

$$\begin{Bmatrix} sen\,x+sen\,y=1 \\ \cos x+\cos y=1 \end{Bmatrix}$$

Hoja 9

1. Resuelve $\begin{cases} \log x + \log(y+3) = \log 6 \\ \log \dfrac{x+7}{y+2} = 1 \end{cases}$

2. Calcula la distancia entre los puntos A y B.



3. El producto de dos números complejos es $4i$, y el cubo de uno de ellos dividido por el otro resulta $\frac{1}{4}$. Halla los módulos y los argumentos de ambos complejos de partida.

4. Resuelve.

$$\begin{cases} 2x + y + z + t = 4 \\ -x + \frac{3}{2}y + z + t = 0 \\ y + z + t = 1 \\ 4x + t = 5 \end{cases}$$

5. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes obtener la representación gráfica de la solución y los vértices que aparecen. Debes indicar si las semirectas y los vértices que limitan la zona solución pertenecen o no a la solución del sistema.

$$\begin{cases} x + 2y - 1 \geqslant 0 \\ x - 3y - 6 < 0 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$

6. Resuelve $sen^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$.

7. Demuestra que para el complejo $z = \cos x - i \cdot sen\, x$ se verifica $\frac{1}{z} = \cos x + i \cdot sen\, x$. Si $x = 45^{\circ}$, halla las raíces cúbicas del complejo z .

Hoja 10

1. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes obtener la representación gráfica de la solución y los vértices que aparecen. Debes indicar si las semirectas y los vértices que limitan la zona solución pertenecen o no a la solución del sistema.

$$\left\{\begin{array}{c} 5x+y\leq 5 \\ 3x-2y\leq 4 \\ \dfrac{x}{2}-y>0 \end{array}\right\}$$

2. Cálcula el área y el perímetro de un octógono regular inscrito en una circunferencia de radio 5 cm.

3. Opera y simplifica $\sqrt[4]{\dfrac{(\sqrt{2}+i\sqrt{2})^3}{(\sqrt{3}+i)^2}}$.

4. Los gastos diarios de tres estudiantes, Marta, Raúl y Pedro suman 51,5 euros. Si a los que gasta Marta se le suma el triple de la diferencia entre los gastos de Raúl y Pedro, obtenemos lo que gasta Pedro. Ocho veces la diferencia entre el gasto de Raúl y el de Marta es igual al gasto de Marta. ¿Cuánto gasta cada uno?

5. Resuelve $2\cdot tg(x)-3\cdot cotg(x)-1=0$.

6. Calcular todas las raíces de la ecuación $x^6+32=0$.

7. En un estudio de mercado, se eligen tres productos, A, B y C y cuatro tiendas. En la primera tienda, por una unidad de cada producto cobran, en total, 4.25 euros. En la segunda tienda, 2 unidades de A y 3 de C valen 8.25 euros más que una unidad de B. En la tercera tienda, una unidad de A y 2 de C valen 4 euros más que 2 unidades de B y, en la cuarta tienda, una unidad de B vale 1.25 euros menos que una de C. ¿Tienen A, B y C el mismo precio en las cuatro tiendas o no?

Si la respuesta es no, justifique por qué y si la respuesta es sí, diga cuál es ese precio.