Problemas – Tema 1

Enunciados de problemas de Repaso 4ºESO

Hoja 1

1. Calcula las medidas de un rectángulo cuya superficie es de 240 metros cuadrados, sabiendo que el largo es 6 metros mayor que el triple del ancho.

solución: $30\,m$, $8\,m$

2. Dos caños que vierten agua juntos tardan dos horas en llenar un depósito. Manando separadamente, el primero emplea tres horas menos que el segundo. ¿Cuánto tiempo tarda cada uno solo?

solución: 3 y 6 horas

3. Resuelve la ecuación $\frac{4}{x-1}-\frac{2x-1}{1+x}=3$ **solución:** $\frac{-3}{5},2$

4. Halla los valores de x e y que verifican $\begin{cases} 2x+y=-1 \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}=\frac{-1}{15} \end{cases}$

solución: $x=-3$, $y=5$ $x=-5$, $y=9$

5. Halla los valores de m para que la ecuación $(m+1)x^2-(2m+5)x+6=0$ tenga dos raíces, una el triple de la inversa de la otra.

solución: $m=1$

6. Resuelve $\begin{cases} x^2-y^2=\frac{143}{9} \\ (x-y)^2=\frac{121}{9} \end{cases}$ **solución:** $x=4$, $y=\frac{1}{3}$ $x=-4$, $y=\frac{-1}{3}$

7. Calcula las raíces de $\sqrt{3x+1}-1=\sqrt{2x-1}-2$ **solución:** no existen soluciones reales

8. Resuelve la ecuación $34-x^2=\frac{225}{x^2}$ **solución:** $-5,5,-3,3$

Hoja 2

1. Calcula las dimensiones de un solar rectangular de superficie $1.200\,m^2$ y de diagonal $50\,m$.

solución: $40\,m\,,30\,m$

2. Calcula las raíces de $\sqrt{2x+3}-\sqrt{x+1}=1$ **solución:** $-1,3$

3. Resuelve el sistema $\begin{Bmatrix} x-y+z=3 \\ x^2+y=7 \\ xy+z=10 \end{Bmatrix}$

solución: $x=0, y=7, z=10$ $x=2, y=3, z=4$ $x=3, y=-2, z=4$

4. Encuentra una ecuación bicuadrática cuyas raíces sean:

a) $2,-2,3,\frac{1}{3}$

b) $1,2$

solución: a) no existe b) $x^4-5x^2+4=0$

5. Halla los valores de m para que la ecuación $x^2-(2m+1)x+(3m+1)=0$ tenga una raíz 3 unidades superior que la otra. Calcula las raíces de dicha ecuación.

solución: $m=-1, x=-2. x=1$ $m=3, x=2, x=5$

6. Factoriza el polinomio $P(x)=6x^4-x^3-22x^2+11x+6$

solución: $6(x-1)(x+2)(x+\frac{1}{3})(x-\frac{3}{2})$

7. Calcula las raíces de la ecuación $12x^4-5x^3-\frac{2x^2}{3}+\frac{x}{3}=0$

solución: $0, 1/3(\textit{raiz doble}), -1/4$

8. Calcula el m.c.m y el M.C.D. de los siguientes polinomios:

$P(x)=x^5-x^4-5x^3+x^2+8x+4$, $Q(x)=x^4-5x^3-3x^2+13x+10$

solución:

$m.c.m.(x+1)^3(x-2)^2(x-5)$ $M.C.D.(x+1)^2(x-2)$

Hoja 3

1. Un ciclista recorrió 120 km a la ida. A la vuelta, llevando una velocidad de 10 km/h más, tardó dos horas menos. ¿Qué tiempo empleó en realizar el recorrido y cuál fue la velocidad de ida?

solución: $20\,Km/h\,,6\,horas$

2. Calcula los valores de x e y que verifican el sistema.

$$\begin{Bmatrix} x^2+y^2=5 \\ \frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}=\frac{3}{4} \end{Bmatrix}$$

solución: $x=1, y=2$ $\quad x=1, y=-2$ $\quad x=-1, y=2$ $\quad x=-1, y=-2$

3. Resuelve la ecuación.

$$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=\frac{2\sqrt{x+16}}{3}$$

solución: $9,\frac{1}{5}$

4. Hallar el valor de m para que la ecuación $x^2-m^2x+m^2+9=0$ tenga una raíz el doble de la otra. **solución:** $m=3,-3$

5. Resuelve.

$$\frac{3x-3}{x-1}+\frac{x^2+2}{x+1}=\frac{7x+1}{x^2-1}$$

solución: $2,-3$

6. Simplifica.

$$\frac{x^4-y^4}{3x^3y-3xy^3}$$

solución: $\frac{x^2+y^2}{3xy}$

7. Opera y simplifica.

$$(a+b)(\frac{1}{a}-\frac{1}{b})+(a-b)(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$$

solución: 0

8. Opera y simplifica.

$$(\frac{x^3-5x^2+3x+9}{x^2-1}:\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x-3})\frac{1}{x^2-9}$$

solución: $\frac{x-3}{(x+1)^2}$

Hoja 4

1. Halla un número de tres cifras, sabiendo que la suma de los cuadrados de sus cifras es de 126; la cifra de las unidades es un tercio de la cifra de las centenas, y que el cuadrado de la cifra de las decenas es igual al producto de las cifras de centenas y unidades más nueve.

solución: 963

2. La edad de un niño será dentro de tres años un cuadrado perfecto y hace tres años su edad era la raíz cuadrada de ese número. Averigua los años que tiene.

solución: $6\,años$

3. Resuelve.

$$\left\{\begin{matrix} x^2+y^2-2x=3 \\ 2x^2+2y^2-y=8 \end{matrix}\right\}$$

solución: $x=1, y=2$ $\quad x=\frac{1}{17}, y=\frac{-30}{17}$

4. Resuelve.

$$\frac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x+8}-1}=\frac{5}{3(\sqrt{x+1}+2)}$$

solución: 8

5. Opera y simplifica.

$$\left(\frac{1-x}{3x-x^2}-\frac{x-1}{x^2-2x-3}\right)\frac{x^2+x}{x-1}$$

solución: $\frac{1}{x-3}$

6. Opera y simplifica.

$$\frac{(2x^2+x-1)(x-5)+13x+1}{2x^3-3x^2-8x-3}$$

solución: $\frac{x-2}{x+1}$

7. Opera y simplifica.

$$\left(1-\frac{a^2+x^2}{a^2-x^2}\right):\left(\frac{x}{x-a}+\frac{x}{x+a}\right)$$

solución: 1

8. Simplifica.

$$\frac{x+2}{x^2-2x}-\frac{1}{x+2}-\frac{6x+4}{x^3-4x}$$

solución: 0

Hoja 5

1. La suma de los cuadrados de las cifras de un número de dos cifras es igual a 10 y si al número le quitamos 18 obtenemos un número escrito con las mismas cifras, pero en orden inverso. Halla el número.

solución: 31

2. Resuelve.

$\sqrt{4x+9}+\sqrt{x-6}=\sqrt{8x+1}$ **solución:** 10

3. Encentra el valor de m y las soluciones de la ecuación $x^2-(m+1)x+m+2=0$ sabiendo que la suma de los cuadrados de sus raíces es 13.

solución: $m=4, x=2,3$ $m=-4$, $x=\frac{-3\pm\sqrt{17}}{2}$

4. Opera y simplifica.

$$\left[\frac{x-\frac{x}{x-2}}{x+\frac{x}{x-2}}-\frac{10-2x}{2-2x-x^2}\right]:\frac{1}{x+3}$$

solución: $x-1$

5. Opera y simplifica.

$$\frac{2x^2-x-1}{2x^2+5x+2}\cdot\left(\frac{4x^2+x-14}{16x^2-49}\right)$$

solución: $\frac{x-1}{4x+7}$

6. Simplifica.

$$\frac{3+a}{1+a}-\frac{1+a}{a-1}-\frac{2+a+a^2}{1-a^2}$$

solución: $\frac{a+2}{a+1}$

7. Resuelve.

$$\frac{2x}{x-3}-\frac{x+5}{x+3}-\frac{2x-7}{9-x^2}=0$$

solución: $-2,-4$

8. Opera y simplifica.

$$\left[\frac{1-b}{a-1}-\frac{b}{a+1}-\frac{(a+b)^2-(a^2+b^2)+2b}{1-a^2}\right]\frac{a-1}{a+2b+1}$$

solución: $\frac{1}{a+1}$

Hoja 6

1. Un campesino tiene bueyes que comen la misma cantidad de pienso todos los días. Si vendiese 15 el pienso duraría 3 días más y si comprase 25 el pienso duraría tres días menos. Halla el número de bueyes y el número de días que los puede alimentar.

solución: 75 bueyes, 12 días

2. Resuelve.

$$\left\{\begin{matrix}\sqrt{x}-\sqrt{2+y}=2\\ \frac{x}{3}+2y=1\end{matrix}\right\}$$

solución: $x=9, y=-1$

3. Opera y simplifica.

$$\left[\frac{x+1}{x-x^2}+\frac{2x}{2-3x+x^2}-\frac{1}{2x-x^2}\right]:\frac{x+1}{x-2}$$

solución: $\frac{x+1}{x(x-1)}$

4. Opera y simplifica.

$$\left[\frac{2x-8x^2}{16x^2-1}\cdot\frac{16x^2+1+8x}{6x}\right]:\frac{4x-16x^2+2}{24x^2-12x}$$

solución: $2x$

5. Resuelve.

$$\frac{-6x+9}{4}>\frac{-x+5}{2}$$

solución: $\left(-\infty,\frac{-1}{4}\right)$

6. Resuelve.

$$\frac{x}{3}-\frac{5x-2}{2}\leqslant x-\frac{2-5x}{6}$$

solución: [1/3, +∞)

7. Resuelve.

$$\frac{1-3x}{1+2x}\geqslant\frac{-5}{2}$$

solución: (-∞, -7/4] U (-1/2, +∞)

8. Resuelve el sistema.

$$\left\{\begin{matrix}2x+y\leqslant 3\\ x-2y\leqslant 4\\ x>0\end{matrix}\right\}$$

solución: coordenadas del polígono solución $A(0,3), B(0,-2), C(2,-1)$

Hoja 7

1. En un triángulo rectángulo, uno de los catetos mide 2 cm más que el otro y 2 cm menos que la hipotenusa. Calcula las longitudes de los lados.

solución: $6\,cm,\,8\,cm\;y\;10\,cm$

2. Resuelve.

$$\frac{1}{x^2-1}+\frac{x^2+1}{2}=\frac{17}{6}$$

solución: $\pm 2, \pm\sqrt{\frac{5}{3}}$

3. Encontrar un número que sumado con el doble de su raíz cuadrada dé 24.

solución: 16

4. Simplifica.

$$\left(x-\frac{x-y}{1+xy}\right):\left(1+\frac{x(x-y)}{1+xy}\right)$$

solución: y

5. Resuelve.

$$\frac{-3x^2+6x-3}{x^2-9}<0$$

solución: $(-\infty,-3)\cup(3,+\infty)$

6. Resuelve.

$$|x-1|\geqslant 2$$

solución: (-∞, -1] U [3, +∞)

7. Resuelve e indica si la región del plano solución es acotada.

$$\begin{Bmatrix} x+2y-1\geqslant 0 \\ x-3y-6<0 \\ x+y\leq 5 \end{Bmatrix}$$

solución: No es acotada.

8. Halla un número entero y positivo que sumado con 11, resulte mayor que el triple de él, disminuido en 7, y que sumado con 5 sea menor que el doble de él, disminuido en 2.

solución: 8

Hoja 8

1. Resolver.

$\sqrt{2x+3}-\sqrt{3x+7}=-1$ **solución:** -1, 3

2. Calcular m para que la ecuación $x^2-(m-3)x-2m+2=0$ tenga dos raíces que se diferencien en cinco unidades.

solución: $m=4, x=1,6$ $m=-6, x=1,-4$

3. Simplifica.

$$\frac{9-13x-13x^2}{x^3+x^2-12x}-\frac{x-3}{x+4}-\frac{x+4}{3-x}$$ **solución:** $\frac{x-3}{x(x+4)}$

4. Simplifica.

$$\frac{\frac{a}{b}-\frac{b}{a}}{\frac{a}{b}+\frac{b}{a}}:\frac{\frac{1}{b}+\frac{1}{a}}{\frac{a+b}{2a}+\frac{a-b}{2b}}$$ **solución:** $\frac{a-b}{2}$

5. Resuelve.

$|5x-3|<6$ **solución:** $(-3/5, 9/5)$

6. Resuelve.

$$\left\{\begin{array}{c}\frac{x-1}{x+2}\leqslant\frac{2}{5}\\ \frac{x^2+7x+10}{x^2-6x}\leqslant 0\end{array}\right\}$$ **solución:** (0, 3]

7. A una empresa editora le cuesta lanzar los 1000 primeros libros 10.500 €. Cada ejemplar suplementario le cuesta 8,5 € . Calcula el mínimo número de ejemplares que debe editar para que el coste de cada libro le resulte inferior a 9 €. **solución:** 4000 libros

8. Resuelve el sistema y obtén las coordenadas de los vértices del polígono solución.

$$\left\{\begin{array}{c}x-y-2\geqslant 0\\ y+2x\leqslant 7\\ y\geqslant -4\end{array}\right\}$$ **solución:** $A(-2,-4), B(11/2,-4), C(3,1)$

Hoja 9

1. Busca un número tal que su cubo menos 3 unidades por su cubo más 3 unidades coincida con 7 veces su cubo menos 1.

solución: -1, 2

2. Resuelve.

$$\frac{x-\frac{1}{x}}{x+3}-\frac{x}{3-x}=\frac{4x+\frac{1}{x}}{x^2-9}$$

solución: $2 \quad , \quad \pm\sqrt{\frac{1}{2}}$

3. Simplifica.

$$\frac{\frac{x-y}{x+y}-\frac{x+y}{x-y}}{\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}-\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}}:\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)$$

solución: 1

4. Resuelve.

$$\left\{\begin{array}{c} \frac{x^2+x-6}{x^2-2x}\geqslant 0 \\ \frac{x-2}{2}\geq\frac{-1}{x} \end{array}\right\}$$

solución: $(0,2)\cup(2,+\infty)$

5. Resuelve.

$$\left\{\begin{array}{c} 3x+5y-15\leqslant 0 \\ -x+y-1\leqslant 0 \\ x-5y-5\leqslant 0 \end{array}\right\}$$

solución: vértices polígono generado $A(-5/2,-3/2), B(5,0), C(5/4,9/4)$

6. Juan es seis años más joven que su primo Pablo. La suma de sus edades es menor que 40.¿Cuál es la edad máxima de Pablo?

solución: 23 años

7. Calcula el dominio de la función $f(x)=\frac{\sqrt{-2x+x^2}}{x-4}$ **solución:** (-∞, 0] U [2, 4) U (4, +∞)

8. Halla el recorrido de $f(x)=\left\{\begin{array}{ccc} 2x-1 & si & x\leqslant 0 \\ 1 & si & x>0 \end{array}\right\}$ **solución:** (-∞, -1] U {1}

Hoja 10

1. El número 365 es el número de días que tiene un año y es un número curioso, es suma de los cuadrados de 3 números naturales consecutivos, calcúlalos.

solución: 10, 11, 12

2. Simplifica.

$$\frac{1+\frac{1}{a}}{a-1}\cdot\frac{\frac{1}{a}-a^3}{\frac{1}{a^3}+1}\cdot\frac{1-a+a^2}{(a+1)^2-2a}$$

solución: $-a(a+1)$

3. Resuelve.

$$\frac{x}{x^2-4}\leqslant\frac{1}{2-x}$$

solución: (-∞, -2) U [-1, 2)

4. El radio de un círculo mide 10 cm. Expresa el área del rectángulo inscrito en el mismo en función de la medida x de la base.

solución: $A(x)=\sqrt{400x^2-x^4}$ $\quad Dom(A)=[0,20]$

5. Dada la función $g(x)=x^3+2x^2-x-2$ calcula los puntos de corte de la función con los ejes de coordenadas.

solución: $(-2,0),(-1,0),(1,0),(0,-2)$

6. Indica si hay alguna simetría en la función y calcula su dominio.

$$g(x)=\frac{x^4-1}{2x}$$

solución: simetría impar. $Dom(g)=\mathbb{R}-\{0\}$

7. Calcula el dominio y el recorrido.

$$f(x)=\begin{cases}2x-1 & si \quad x<0\\ 2x-3 & si \quad x>2\end{cases}$$

solución: $Dom(f)=(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$, $Recorrido(f)=(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

8. Por la primera hora o fracción de una conexión a internet se paga 2 €, y 1,5 € por cada una de las siguientes horas o fracción, con un máximo al día de 8 €. Expresa la función que relaciona tiempo y costo. Dibuja la gráfica.

Hoja 11

1. Mensualmente los socios de una peña quinielística juegan 520 €. Si hubiera siete socios más, aportarían 14 € menos.¿Cuántos socios hay en la peña?

solución: 13 socios, cuota de 40 €

2. Resuelve.

$$\frac{x+1}{x-2}+\frac{x}{4-x^2}=\frac{-4x^2-1}{x+2}$$

solución: 0, 1, 3/4

3. Resolver.

$$\begin{Bmatrix} 2x-y\leqslant 10 \\ -2\leqslant x\leqslant 5 \\ x+2y\leqslant 10 \end{Bmatrix}$$

solución: vértices polígono solución $A(-2,6),B(5,5/2),C(5,0),D(-2,-14)$

4. Estudia y representa gráficamente la función $f(x)=x-E(x)$. Calcula dominio y recorrido. Si es una función periódica calcula su período. ¿Es simétrica? ($E(x)$ es la función entera).

solución: $D_f=\mathbb{R}$, Recorrido = [0, 1), Constante de periodicidad k = 1, no simétrica

5. Dada las funciones $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$ y $g(x)=x^2-1$, calcula $(g\circ f)(x)$ y $(f\circ g)(x)$

solución: $\frac{-4x}{(x+1)^2}$, $\frac{x^2-2}{x^2}$

6. Sea la función $f(x)=\frac{x-1}{x+1}$. Obtener dominio, recorrido, asíntota horizontal, asíntota vertical, crecimiento, decrecimiento, máximos y mínimos.

solución: $D_f=\mathbb{R}-\{-1\}$, $Recorrido=(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$, asíntota vertical $x=-1$, Asíntota horizontal $y=1$, creciente en todo su dominio, no posee máximos ni mínimos.

7. Calcula los puntos de corte con los ejes coordenadas de la función $f(x)=x+1-\sqrt{5x-1}$

solución: $(1,0),(2,0)$, no existe corte con el eje vertical OY .

8.Queremos construir un recinto rectangular con 20 m. de valla. Expresa el área del recinto en función de la medida del lado. Representa gráficamente la función. ¿Hay algún valor para el cuál el área es máxima?

solución: $A=x(10-x)$, $A_{máx}\ para\ x=5m$

Hoja 12

1. Un jardín en forma de trapecio isósceles tiene una superficie de 1.000 metros cuadrados. Si la base menor mide 30 m y la base mayor es el doble de la altura, ¿cuáles son las dimensiones?

solución: base mayor = 50 m, altura 25 m

2. Resuelve.

$$\begin{Bmatrix} 3x+2y+z=-1 \\ x-3y+2z=1 \\ -3x+y-z=4 \end{Bmatrix}$$

solución: $x=-2, y=1, z=3$

3. Resuelve.

$$\begin{Bmatrix} \frac{x-1}{x}+\frac{2}{x-2}\geqslant 1 \\ x(x+1)\geq 2(x+3) \end{Bmatrix}$$

solución: {-2} U [3, +∞)

4. Sean las funciones $f(x)=\sqrt{1+\frac{2}{x}}$, $g(x)=\frac{2}{x^2-1}$. Hallar el dominio de f y de g . Calcular $(g\circ f)(x)$

solución: D_f = (-∞, -2] U (0, +∞), $Dom(g)=\mathbb{R}-\{-1,1\}$, $(g\circ f)(x)=x$

5. Estudia y representa gráficamente $y=2x-|x+2|$

6. Estudia y representa $y=\begin{Bmatrix} \frac{-3}{x} & si & x<-1 \\ -x^2+1 & si & x\geq -1 \end{Bmatrix}$

7. Estudia y representa $y=\left|\frac{x}{x-2}\right|$

8. Dos números suman 50. Representa la función que expresa el producto de ellos en función de uno de ellos.¿Para que valores es máximo el producto?

solución: $P=x(50-x)$, $x_{máx}=25$, $y_{máx}=25$

Hoja 13

1. Encontrar el número que sumado con el doble de su raíz cuadrada dé 24.

solución: 16

2. Calcula m , sabiendo que las raíces de la ecuación $x^2-(3m+1)x+4(m+1)=0$ se diferencian en una unidad.

solución: $m=2,-8/9$

3. Simplifica.

$\left(\frac{x^3-x}{4x^2-1}\cdot\frac{-2x^2+7x-3}{4}\right):\frac{2x^3-8x^2+6x}{8x+4}$ **solución:** $\frac{-x+1}{2}$

4. Sean las funciones $f(x)=\frac{1-x}{x+2}$, $g(x)=\sqrt{x^3-3x^2-x+3}$. Hallar el dominio de f y de g . Calcular $(f\circ f)(x)$

solución: $Dom(f)=\mathbb{R}-\{-2\}$, D_g = [-1, 1] U [3, +∞), $(f\circ f)(x)=\frac{2x+1}{x+5}$

5. Estudia y representa $y=|1-|x+2||$

6. Estudia y representa $y=\frac{2x}{1+|x|}$

7. Calcula la ecuación de una recta que pasa por el punto $(1,4)$ y por el punto de corte de la recta $2x-3y=6$ con el eje de ordenadas.

solución: $y=6x-2$

8. Calcula el valor de n sabiendo que el triángulo formado por la recta $y=4x+n$ y los ejes coordenados tiene de área 8 unidades cuadrada.

solución: $n=8$

Hoja 14

1. Halla un número de 3 cifras, sabiendo que sus cifras suman 9, que si al número buscado se le resta el que resulta de invertir sus cifras, la diferencia es 198; y además, la cifra de las decenas es media aritmética de las otras dos.

solución: 432

2. Busca una ecuación bicuadrática que tenga, al menos, como raíces $\sqrt{2}$ y $-\sqrt{3}$

solución: $x^4-5x^2+6=0$

3. Resuelve.

$$\left\{\begin{array}{c} \frac{1}{x^2-4}-\frac{2}{2-x}\geqslant -1 \\ x^2+6>5x \end{array}\right\}$$

solución: $(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$

4. Estudia y representa $y=x^2-|5x-6|$

5. Calcula el área determinada por el eje de abscisas, una recta paralela a la bisectriz del primer cuadrante que pasa por el punto $(2,0)$ y la recta que pasa por los puntos $(-5,3)$ y $(-3,0)$.

solución: $\frac{15}{2}\ u^2$

6. Dos ciudades A y B distan 120 km. A las 12 horas Juan sale de A hacia B con una velocidad de 12 km/h. Al mismo tiempo Mario sale de B hacia A con una velocidad de 18 km/h. Halla las fórmulas que dan en cada instante la distancia de cada uno de ellos a la ciudad A, la distancia del punto de encuentro a A y la hora a la que se produce dicho encuentro.

solución: Juan $d_A=12t$, Mario $d_A=120-18t$, $(t\ horas)$

Punto de encuentro respecto A: $48\ km$

Hora de encuentro: $16\ horas$

7. El vértice de una parábola es el punto $V(3,-2)$ y pasa por el punto $P(2,0)$. ¿Cuál es su ecuación?

solución: $y=2x^2-12x+16$

8. El propietario de un inmueble tiene alquilados los 40 pisos del mismo a 240€ al mes cada uno. Por cada 12€ de aumento en el precio del alquiler pierde un inquilino. ¿Cuál es el alquiler que más beneficio produce al propietario?

solución: 360€/mes por piso (habría 30 pisos alquilados), beneficio = 360 · 30 = 10800€/mes

Hoja 15

1. Halla el área de un rombo de lado 7 dm., sabiendo que su diagonal mayor es el doble de la menor.

solución: $\frac{196}{5} \quad dm^2$

2. Resuelve.

$\begin{Bmatrix} \sqrt{x}+\sqrt{y}=7 \\ xy=144 \end{Bmatrix}$ **solución:** $x=16, y=9$ $x=9, y=16$

3. Estudia y representa $f(x)=\begin{Bmatrix} |x-2| & si & x\leqslant 1 \\ \frac{x}{x-3} & si & x>1 \end{Bmatrix}$

4. Sean las funciones $f(x)=\frac{2x-1}{x-2}$, $g(x)=\sqrt{x^2-1}$. Hallar el dominio de f y de g . Calcular $(g\circ f)(x)$. **solución:** $Dom(f)=\mathbb{R}-\{2\}$, D_g = (-∞, -1] U [1, +∞), $(g\circ f)(x)=\frac{\sqrt{3x^2-3}}{x-2}$

5. Halla la ecuación de una recta paralela a la que pasa por los puntos $(2,-3)$ y $(-4,0)$, y que forma con los ejes un triángulo de área igual a $1\,u^2$.

solución: $y=\frac{-1}{2}x+1$, $y=\frac{-1}{2}x-1$

6. Se invierten 600 euros en un ordenador que a los 10 años se habrá deteriorado y no tendrá valor alguno. Suponiendo que su depreciación en estos años es lineal:

a) Halla la ecuación que exprese el valor V en función del tiempo transcurrido t .

b) ¿Qué valor tendrá el ordenador transcurridos 4 años después de su adquisición?

solución: a) $V=600-60\text{t}$, $(t\text{ años})$ b) 360€

7. Dada la función $y=x^2+bx+9$ calcula el valor de b para que la función tenga dos puntos de corte con el eje de abscisas. **solución:** $(-\infty,-6)\cup(6,+\infty)$

8. El coste de producción de x unidades de un artículo viene dado por $C=x^2+400x+25000$, y el precio de venta de una unidad es $U=1000-x$ ¿Cuántas unidades deben venderse para que el beneficio sea máximo? ¿A partir de cuántos artículos se tienen pérdidas?

solución: 150 unidades para beneficio máximo, pérdidas en el intervalo [0, 50) U (250, +∞)

Hoja 16

1. Simplifica.

$$\left(\frac{1+\frac{1}{a}}{a-1}\cdot\frac{\frac{1}{a}-a^3}{\frac{1}{a^3}+1}\right):\frac{a^2+2a+1}{1+\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}}$$

solución: $\frac{a^2+1}{-a(a+1)}$

2. Resuelve.

$$\begin{Bmatrix} \frac{2}{x-2}-\frac{x}{2+x}\leqslant\frac{-7}{4-x^2} \\ x^2>1 \end{Bmatrix}$$

solución: (-∞, -2) U (1, 2) U [3, +∞)

3. Resuelve.

$$\frac{2\sqrt{x}}{6-\sqrt{x}}+\frac{6-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=\frac{5}{2}$$

solución: $9, \frac{36}{25}$

4. Halla la función que expresa el área de un triángulo isósceles inscrito en un circuito de radio R en función de la semibase. Calcula su dominio.

solución: $A=s\left(R+\sqrt{R^2-s^2}\right)$, $R=radio$, $s=semibase$, $D_A=[0,R]$

5. Halla las ecuaciones de las diagonales del cuadriláteros cuyos lados son las rectas:

$x=3$, $y-x=0$, $y+x+1=0$, $y+2=0$

solución: $7y+3x=-5$, $5x-2y=9$

6. Estudia y representa $y=|x-2|+|x+3|$

7. Estudia y representa $y=3^x-3$

8. Resuelve.

a) $2^{x+2}=(0,5)^{2x-1}$

b) $4^{x^2-6x}=16384$

solución: a) $x=-1/3$ b) $x=-1,7$

Hoja 17

1. En una clase se ha repartido un precio de 300€ por su participación en el Rally matemático. Si hubieran sido 10 alumnos más, les tocarían 5€ menos por persona y si fueran cinco alumnos menos les tocarían 5€ más. Calcula el número de alumnos.

solución: $20\, alumnos\, ,15\,€\ por\, alumno$

2. Resuelve.

$\frac{x-1}{x+1}<\frac{x+1}{x-1}$ **solución:** $(-1,0)\cup(1,+\infty)$

3. Sean las funciones $f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x^2-4}}$, $g(x)=1-x^2$. Hallar el dominio de f y calcula $(g\circ f)(x)$

solución: D_f = (-2, 1] U (2, +∞), $(g\circ f)(x)=\frac{x^2-x-3}{(x+2)(x-2)}$

4. La recta $3x+ny-7=0$ pasa por $A(3,2)$ y es paralela a la recta $mx+2y=13$. Calcula m y n .

solución: $m=6, n=-1$

5. Estudia y representa $y=|4-2^{x+1}|$

6. a) Si la inflación anual es del 3,2%, cuánto habrá que pagar entro de 4 años por una vivienda que cuesta actualmente 137.000 €.

b) Calcula el precio que tenía una vivienda hace cuatro años, si actualmente cuesta 200.000 €

solución: a) $155.395{,}58\,€$ b) $176.323{,}31\,€$

7. Resuelve $2\cdot 3^{2x-1}=1-3^{x-1}$ **solución:** $x=0$

8. Resuelve.

$$\begin{Bmatrix} y-x=3 \\ 5^x+5^y=\frac{126}{5} \end{Bmatrix}$$

solución: $x=-1, y=2$

Hoja 18

1. Un grifo tarda 45 minutos más que otro en llenar un depósito, si abriendo los dos a la vez tardan tres minutos menos que el que emplea el menor tiempo, ¿cuánto tarda cada grifo por separado en llenar el depósito? **solución:** 15 y 60 minutos

2. Resuelve.

$$\left\{\begin{array}{c} 6x^4+7x^3-12x^2-3x+2\leqslant 0 \\ \dfrac{1}{x-2}+1\leqslant\dfrac{3}{4-x^2} \end{array}\right\}$$

solución: (-2, -1/2] U [1/3, 1]

3. Estudia y representa $y=|2x-3|+|x-1|$

4. Escribe la ecuación de una parábola sabiendo que pasa por los puntos $(0,4),(3,-2)\,y\,(5,4)$. Represéntala.

solución: $y=x^2-5x+4$

5. Resuelve.

a) $\sqrt{2^x\sqrt{4^x\sqrt{8^x}}}=\sqrt[4]{2^{2x+7}}$

b) $3^x+\dfrac{27}{3^{x-1}}=18$

solución: a) $x=2$ b) $x=2$

6. Resuelve.

$$\left\{\begin{array}{c} 3\cdot 4^x+3^{y+1}=57 \\ 8\cdot 4^{x-1}-3^y=29 \end{array}\right\}$$

solución: $x=2, y=1$

7. Se calcula que un bosque tiene 24.000 m^3 de madera y que aumenta un 2,5% al año.¿Cuánta madera tendrá al cabo de 5 años? ¿Cuántos años han transcurrido si la cantidad de madera es de 25.845,375 m^3?

solución: 27.153,84 m^3, 3 años

8. Calcula el valor de x .

a) $\log_3(\sqrt[5]{x})=2$

b) $\log_x 64=-3$

solución: a) $x=3^{10}$ b) $x=1/4$

Hoja 19

1. Calcula el valor de m en la ecuación $x^2+mx-(m^2+1)=0$ sabiendo que sus raíces se diferencian en 3 unidades.

solución: $m=-1,1$

2. Simplifica.

$$\left(\frac{18x-9x^2}{9x^2-1}\cdot\frac{12x^2+2x-2}{4x^3-9x^2+2x}\right):\frac{4x^2+6x+2}{12x^2+x-1}$$

solución: $\frac{-9}{x+1}$

3. Estudia y representa.

$$f(x)=\begin{cases}-|x+2| & si \quad x<-1\\ 2x^2 & si \quad -1\leqslant x<2\\ 2 & si \quad x\geq 3\end{cases}$$

4. Calcula la ecuación de la recta paralela a la bisectriz del segundo cuadrante que pasa por el punto de intersección de las rectas $\frac{3x}{5}-\frac{y}{5}=1$, $-x+4y-2=0$

solución: $y=-x+3$

5. Resuelve.

$$\sqrt[x-1]{a^{5-x}}=\sqrt[x+1]{a^{2x+5}}$$

solución: 2, -5/3

6. Resuelve.

$$\begin{cases}2^x-2\cdot 3^y=-10\\ 2^{x-2}+3^{y-1}=5\end{cases}$$

solución: $x=3, y=2$

7. Resuelve.

$$\log_x(10x)-\log_x(x+3)=1$$

solución: $x=7$

8. Representa $y=\log_2(x^2-4)$

Hoja 20

1. Resuelve $\left\{ \begin{array}{c} x^4-13x^2+36\leqslant 0 \\ \dfrac{x}{x^2-4}+\dfrac{x}{2-x}+\dfrac{1}{2+x}<0 \end{array} \right\}$ **solución:** [-3, 2) U (2, 3]

2. En una división el dividendo es 1275; el cociente y el resto son iguales, y el divisor es el doble del cociente, ¿Cuál es el divisor?

solución: 50

3. Representa $f(x)=\left|\dfrac{3x-6}{x+1}\right|$

4. Representa $f(x)=\left\{ \begin{array}{ccc} 2^{1-x} & si & x\leqslant 1 \\ \log_2(x+1) & si & x>1 \end{array} \right\}$

5. Resuelve.

a) $7^{2x+3}-8\cdot 7^{x+1}+1=0$ **solución:** a) $-1,-2$

b) $3^{2x}=\sqrt{4^{x-1}}$ **solución:** b) $-0{,}461$

6. Calcula.

a) $\log_2(\log_3(\log_2 x))=1$ **solución:** a) $x=512$

b) $\dfrac{3-2\log_4 x}{\log_4 x}=\log_4 x$ **solución:** b) $x=4,\dfrac{1}{64}$

7. Sabiendo que $\log(2)=0{,}301$ y $\log(3)=0{,}4771$, calcula:

a) $\log\sqrt{\dfrac{48\sqrt{3}}{5^3}}$ **solución:** a) $-0{,}08855$

b) $\log_3 25$ **solución:** b) $2{,}9299$

8.Resuelve.

$\left\{ \begin{array}{c} logx+\log(y+3)=\log 6 \\ \log\dfrac{x+7}{y+2}=1 \end{array} \right\}$ **solución:** $x=3,\, y=-1$

Hoja 21

1. Mensualmente los socios de una peña quinielística juegan 520 €. Si hubiera siete socios más, aportarían 14 € menos.¿Cuántos socios hay en la peña y cuál es la cuota mensual que paga cada socio?

2. Calcula el valor de m en la ecuación $x^2+mx-(m^2+1)=0$ sabiendo que sus raíces se diferencian en 3 unidades.

3. a) Resuelve $4^{x^2-6x}=16384$ b) Resuelve $7^{2x+3}-8\cdot 7^{x+1}+1=0$

4. Resuelve $\left\{\begin{matrix} \dfrac{2}{x-2}-\dfrac{x}{2+x}\leqslant\dfrac{-7}{4-x^2} \\ x^2>1 \end{matrix}\right\}$

5. Calcula el valor de m en la ecuación $x^2+mx-(m^2+1)=0$ sabiendo que sus raíces se diferencian en 3 unidades.

6. Resuelve $\dfrac{2\sqrt{x}}{6-\sqrt{x}}+\dfrac{6-\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}=\dfrac{5}{2}$

7. Representa gráficamente $y=|2x-3|+|x-1|$.

8. Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes obtener la representación gráfica de la solución y los puntos de corte de las rectas que delimitan la zona solución.

$$\left\{\begin{matrix} 5x+y\leq 5 \\ 3x-2y\leq 4 \\ \dfrac{x}{2}-y>0 \end{matrix}\right\}$$

Hoja 22

1. Representa gráficamente $y=|2x-3|+|x-1|$.

2. Un campesino tiene bueyes que comen la misma cantidad de pienso todos los días. Si vendiese 15 el pienso duraría 3 días más y si comprase 25 el pienso duraría tres días menos. Halla el número de bueyes y el número de días que los puede alimentar.

3. Simplifica, indicando todas las operaciones: $\left(\frac{18x-9x^2}{9x^2-1}\cdot\frac{12x^2+2x-2}{4x^3-9x^2+2x}\right):\frac{4x^2+6x+2}{12x^2+x-1}$

4. Resuelve $\left\{\begin{matrix}\sqrt{x}-\sqrt{2+y}=2\\ \frac{x}{3}+2y=1\end{matrix}\right\}$

5. Resuelve $\left\{\begin{matrix}y-x=3\\ 5^x+5^y=\frac{126}{5}\end{matrix}\right\}$

6. Resuelve $\left\{\begin{matrix}6x^4+7x^3-12x^2-3x+2\leqslant 0\\ \frac{1}{x-2}+1\leqslant\frac{3}{4-x^2}\end{matrix}\right\}$

7. Resuelve $\left\{\begin{matrix}x^2+y^2=5\\ \frac{1}{x^2}-\frac{1}{y^2}=\frac{3}{4}\end{matrix}\right\}$

8. Resuelve $\frac{x-1}{x+1}<\frac{x+1}{x-1}$